

1. 초등학교 수학교육의 특성과 방향

가. 초등학교 수학교육의 특성

초등학교 수학교육과 중·고등학교 수학교육은 목표, 내용, 방법에 있어서 다소간의 차이가 있다. 그 차이를 충분히 파악하고 초등학교 수학교육의 특성을 살리는 것이 매우 중요하다.

1) 초등학교 수학교육의 목표

먼저 초등학교 수학교육의 목표는 기초적인 수학적 지식과 기능을 습득하는 것인 반면에, 중·고등학교에서는 초등학교에서 쌓은 기초적인 수학적 지식과 기능을 보다 공고히 하고 발전시키는 것을 목표로 한다. 초등학교에서는 생활 주변에서 일어나는 현상을 주로 다루는 반면에, 중·고등학교에서는 사회 현상이나 자연 현상을 포함한 다양한 현상을 관찰하고 분석하게 된다. 초등학교에서는 개념, 원리, 법칙을 강조하는 반면에, 중·고등학교에서는 이들 사이의 관계까지 학습하도록 하고 있다. 수학적으로 사고하고 의사소통하며, 수학에 대한 관심과 흥미를 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기르는 것은 초등학교와 중·고등학교가 공통적으로 추구하는 목표이다.

〈표〉 초등학교, 중학교, 고등학교 수학교육의 목표 비교

초등학교	중학교	고등학교
생활 주변에서 일어나는 현상을 수학적으로 관찰하고 조직하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙 을 이해하는 능력을 기른다.	사회 현상이나 자연 현상 을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 경험을 통하여 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계 를 이해하는 능력을 기른다.	여러 가지 현상 을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 경험을 통하여 수학의 발전된 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계 를 이해하는 능력을 기른다.
수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 문제 를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.	수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 사회 현상이나 자연 현상의 문제 를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.	수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 문제 를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.
수학에 대한 관심과 흥미를 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.		

2) 초등학교 수학교육의 내용

수학교육의 내용 면에서도 초등학교 수학은 고유한 특성을 가진다. 초등학교에서는 수학적으로 정확하고 엄밀한 내용을 제시하기보다는 학생들의 발달 단계에 맞는 형태로 변환한 내용을 제시한다. 초등학교 수학 교과서에 나타난 특별한 내용 제시 방식으로는 다음 네 가지를 들 수 있다(박교식, 1998).

첫째, 수학 개념을 다룰 때, 그 개념의 외연을 의도적으로 축소하는 경우가 많다. 예를 들어, 초등학교 수학에서는 각기둥, 각뿔, 원뿔을 각각 직각기둥, 직원기둥, 직각뿔, 직원뿔만

을 포함시켜서 다룬다. 빗각기둥, 빗원기둥, 빗각뿔, 빗원뿔은 각기둥, 각뿔, 원뿔에는 속하지만 초등학교 수학에서는 의도적으로 제외된다.

둘째, 수학 개념 본래의 의미가 아니라 좀 더 포괄적인 의미로 그 개념을 다루는 경우가 많다. 예를 들어, 초등학교 수학에서는 삼각형을 세 선분으로 이루어진 다각형 뿐 아니라 내부를 포함하고 있는 것까지 허용한다. 색종이에 삼각형을 그려서 오린 것도 삼각형으로 보는 것이다.

셋째, 비연역적인 방법으로 개념을 정의하여 제시하는 경우가 많다. 예를 들어, 중학교 수학에서는 원을 대개 평면에서 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점들의 집합으로 정의한다. 그러나 초등학교 수학에서는, 이를테면 깡통의 밑부분과 같이 원의 모양을 가진 물체의 본을 뜨게 한 뒤, 그와 같이 본을 떠서 만들어진 모양을 원이라고 정의한다.

넷째, 관례적인 표기 방법 대신 임시적이고 직관적인 표기 방법을 사용하는 경우가 많다. 예를 들어, 문자 x, y 대신 $\square, \bigcirc$ 와 같은 표기 방법을 사용한다.

3) 초등학교 수학교육의 방법

초등학교 수학교육의 방법에 대해서는 많은 연구자들이 다양한 관점을 제시하였다. 이하에서는 대표적인 학자들의 관점을 토대로 초등학교 수학교육을 위한 주요 방법 9가지를 도출하여 제시한다. 이 방법들 외에도 초등학교 학생들의 수준과 특성, 초등학교 수학교육의 목표와 내용을 적절히 고려한 다양한 방법이 있을 수 있다.

가) 구체적인 조작 활동에 기초한 학습

초등학교 학생들에게는 구체적인 조작 활동을 토대로 수학적 개념, 원리를 지도해야 한다. 이는 피아제의 이론에 근거한 것이다. 초등학교 학생들은 판단력이나 논리적인 추론이 아직 충분하게 발달되지 않은 것으로 보고, 어떤 구체적인 모양을 만들거나 물체를 조작하거나 기계적인 도구의 작동을 통해서 수학을 지도해야 한다(강완 & 백석윤, 1998). 이 때, 구체물을 다루는 아동 자신의 행동과 그 조정의 결과를 경험하는 논리적·수학적 경험을 통해 수학적 사고의 기초를 다지도록 해야 한다. 이러한 수학교육의 방법을 발견에 의한 지도, 직관에 기초한 지도라고 표현할 수 있다.

예를 들어 구체적인 조작 활동을 통해 길이 개념을 지도할 수 있다. 모양이 같은 두 그릇에 물을 담은 후 높이를 서로 비교하는 활동을 할 수 있다. 모양이 다른 그릇의 경우에는 어느 한 그릇에 다른 그릇의 물을 부어 비교해야 한다. 이렇게 두 그릇에 담긴 물의 양을 직접 비교함으로써 용기의 내부 공간의 부피가 들어임을 이해하도록 할 수 있다. “어느 그릇에 더 많이 들어갈까?”와 같은 질문은 구체적인 조작 활동에 대한 동기를 유발하고, 활동을 반성해서 얻어야 할 수학적 의미가 무엇인가를 파악하게 한다. 아동들은 종종 모양이 다른 그릇임에도 들어보라는 외부적인 특성인 그릇의 높이에 주목하기 때문에 직접 조작 활동을 하는 것이 길이 개념 이해에 중요한 역할을 한다.

나) 비형식적인 정의에서 출발하는 수업

형식적인 정의가 아니라 비형식적인 정의를 토대로 지도하는 것이 필요하다. 이는 비고츠키의 이론에 따른 것으로 볼 수 있다(Sierpinski, 1993). 비고츠키가 연구한 바에 의하면, 초등학교 학생들은 중·고등학교 학생들과 달리 형식적인 정의를 이해하기 어려워하였으며, 그

것 때문에 수학적 개념과 성질에 대한 학습이 전혀 불가능했다. 그러므로 초등학교 교사는 수학적 정의가 아니라 학생들이 이미 가지고 있는 관념에 기초한 비형식적인 정의로 어떤 것이 가능한지 미리 파악하고 그것을 토대로 수학적 개념, 성질을 끌어낼 수 있도록 해야 한다.

예를 들어, 3학년에서 원을 다룰 때에는 ‘한 점에서 일정한 거리에 있는 점의 집합’으로 정의하기보다는 ‘원 모양의 물체에 공통으로 들어있는 모양, 둥근 물체를 본떠 그러서 얻게 되는 결과, 중심과 반지름을 구성요소로 가지는 도형’과 같이 비형식적으로 정의하게 된다. 주변의 사물을 둘러보고, 둥근 물체를 본떠 그려보고, 구성요소를 찾아보는 등 비형식적인 논의를 하면서 원에 대한 직관적인 이해를 시도한 후에 수학적인 의미를 구축하는 것이다. 이와 같이 비형식적인 정의를 활용하다보니 때로는 내부까지 포함된 도형을 원으로 보기도 하고, 때로는 내부를 제외한 원주만 원으로 보는 일이 발생한다. 이러한 혼란 상황은 후속 학습에서 기존의 원에 대해 지니고 있는 이미지를 토대로 형식적 정의를 내릴 때 학습을 촉진하는 원동력이 될 수 있다. 그러므로 비형식적인 정의의 내용이 불완전하거나 수학적인 의미에서는 부족하더라도 적극적인 활용 방안을 모색하여 지속적으로 수업에 반영할 필요가 있다.

다) 학습자의 현실상황 반영

아동의 주변에서 그리고 아동이 이해할 수 있는 상황에서 개념 또는 문제를 찾아 학습하도록 해야 한다. 이는 프로이덴탈(Freudenthal, 1991)의 이론에 근거한 것으로, 학습자의 현실 또는 학습자가 탐구할 수 있는 상황을 수학적 수단으로 조직하고, 다시 자신이 조직한 현실 또는 상황을 대상으로 또 다른 수학적 수단을 찾아 조직하는 가운데 비로소 바람직한 수학적 안목을 가지게 하는 것을 목표로 한다. 프로이덴탈은 이를 수학의 역사적 발달과정을 단축된 형태로 재현시키는 재발명 방법으로 설명한다.

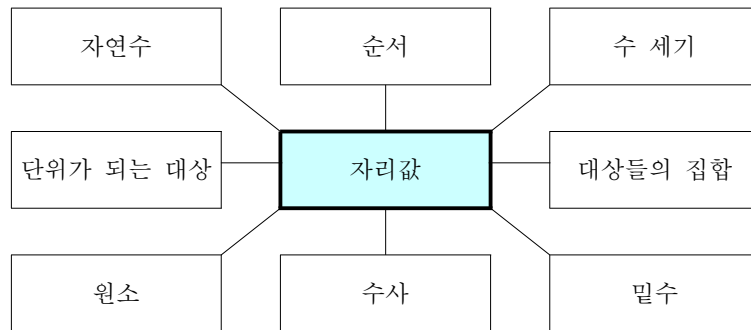
초등학교에서 다루는 통계는 주로 자료를 조사하고, 정돈하여 표와 그래프로 표현하고 해석하는 전반적인 통계 관련 활동을 초등화한 것으로, 통계학 발달 과정을 대략적으로 따르고 있다. 통계 발달 초기에 그러했듯이 선호도, 다양한 특성에 따른 분류 등 생활과 직결된 자료를 수집하고 분석하는 과정을 초보적으로 경험시키기 위한 것이다. 초등학교에서 다루는 주된 자료는 학습자의 현실상황을 반영한 것으로, 좋아하는 과일, 좋아하는 계절 등과 관련된 것이다. 여기서 현실상황, 예를 들어, 좋아하는 과일을 조사했다면 조사한 결과를 표로 제시하고, 표에서 여러 가지 정보를 확인하는 것이 중요한 학습 과정이다.

라) 개념 분석에 기초한 지도

아동심리에 근거한 초등수학 개념 분석 결과가 지도에 반영되어야 한다. 스킴프(Skemp, 1989)에 따르면, 초등수학을 명확하고 깊이 있게 이해하는 사람은 아주 드물다. 결국 많은 교사들이 초등수학의 정확한 의미와 배경을 모르면서 가르치는데, 초등이란 단어는 단순하다는 것을 의미하지 않는다. 오히려 초등수학은 매우 복잡하고 미묘한 개념이기 때문에, 복잡적이고 입체적인 분석을 해야 본래의 의미와 배경을 살릴 수 있다고 하였다.

예를 들어, 자리값이라는 개념을 분석해보면 복잡한 개념 구조가 드러난다. 자리값 개념의 하위 요소에는 자연수, 순서, 수 세기, 단위가 되는 대상, 대상들의 집합, 원소, 수사(명수법과 기수법의 구별), 밑수 등이 있다. 이들 하위 개념 각각에 대한 교육적 이해와 각 개념들 사이의 상호관계, 이에 대한 아동의 복잡한 사고와 경험을 이해하는 것이 교사에게 매우 큰

부담이 된다. 그럼에도 불구하고 이들 세부 요소에 대한 이해가 좋은 수업에 필수적인 조건이 된다.



마) 직관적 사고 수준 고려

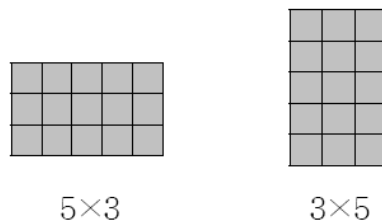
아동의 직관적 사고 수준을 고려하여 지도해야 한다. 휘시바인(Fischbein, 1975)은 아동이 만약 수학문제를 풀고도 직관적으로 공감하지 못하는 경우가 많다고 지적하였다. 예를 들어, 1L에 900원인 우유 3L의 값을 물으면 바로 곱셈을 하지만, 1L에 1500원인 주스 0.9L의 값을 물으면 곱셈을 하여 답을 구하면서도 직관적으로는 공감하지 못하는 경우가 있다. 이 아동은 곱셈을 단지 동수누가(同數累加)에 의해서만 이해하기 때문에 0.9와 같은 소수 곱의 의미를 이해하지 못한다는 것이다. 그러므로 초등학교 교사는 단지 수학적인 지식만을 전수하는 것이 아니라 아동들이 가지고 있는 직관적 사고 수준을 파악하고, 오개념 등 직관에 의해 발생하는 문제점을 극복할 수 있어야 한다.

바) 시각적, 운동적, 언어적 표현의 활용

오른쪽 그림과 같이 초등학교에서는 시각적, 운동적, 언어적 표현 등 다양한 표현을 이용하여 수학을 지도해야 한다. 아동은 자신의 수학적 생각과 절차를 물건, 손가락, 언어, 그림, 도표 등 여러 가지 외적인 표현을 사용하여 표현하며, 이러한 표현이 수학 학습에서 매우 중요하다.



예를 들어, 직사각형의 각 변의 길이를 두 배씩 늘리면 넓이는 어떻게 될까라는 문제를 그림 없이 공식에 의해 다루는 것은 초등학교 학생들에게는 적절하지 않다(NCTM, 2000).

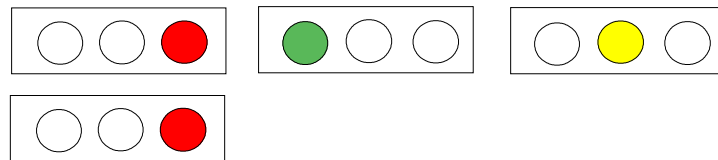


위의 그림과 같이 자연수의 곱셈에 대한 교환법칙이 성립한다는 것도 시각적으로, 계산적으로, “3과 5의 곱은 5와 3의 곱과 같다.”와 같이 언어적으로 표현하는 가운데 깊이 이해할 수 있게 된다. 초등학교 교사는 이렇게 다양한 표현 방법을 허용하면서 학생들에게 야기될 가능성이 있는 혼란이나 갈등 상황도 미리 예측하여 대비해야 한다.

사) 관찰, 귀납, 추측, 유추 등 추론 강조

관찰, 귀납, 추측, 유추 등의 추론을 통하여 수학적 원리를 발견하도록 하는 것도 중요하다. 폴리아(Polya, 1965)는 수학 수업을 통해 학생들에게 수학적 사고력을 발전시킬 수 있는 기회를 주어야 하며, 그러려면 연역적 사고보다는 귀납적 사고를, 직접적인 개념 제시보다는 관찰과 추측에 의한 발견을, 독립적이고 추상적인 사고보다는 관련된 대상에 대한 유추를 통해 수학을 배우도록 하는 것이 중요하다고 주장하였다. 초등학생들에게 이러한 추론의 기회를 제공하기 위해 초등학교 교사는, 과제의 구조, 수준, 표현 등의 문제를 끊임없이 고민해야 한다.

예를 들어, 신호등의 빨간색, 노란색, 녹색 불이 특별한 규칙에 따라 들어온다면 여섯 번째에는 어떤 색의 불이 들어올지 알아보라는 문제를 생각해보자. 학생들은 먼저 주어진 현상을 관찰하고, 규칙성이 있는지 확인한 후 추측하게 된다. 이와 같은 문제상황에서 수학적인 규칙을 찾는 과정은 수학적인 개념, 원리, 법칙의 학습에서 관찰과 추측이 어떤 역할을 하는지 이해하게 한다.



아) 아동의 흥미를 고려한 수업

초등학교에서는 놀이와 게임 등 아동의 흥미를 고려한 지도 관점을 따른다. 디에네스(Dienes)는 수학 학습과 지도를 위한 여섯 가지 단계를 ① 자유놀이 단계, ② 게임의 단계, ③ 공통점 탐색의 단계, ④ 표현의 단계, ⑤ 상징화의 단계, ⑥ 형식화의 단계로 제시하였다. 여기서 첫 번째와 두 번째 단계가 아동으로 하여금 구조화되어 있지 않은 조작이나 실험을 통한 놀이, 주어진 개념을 여러 가지 방법으로 표현하는 다양한 게임을 강조한 것이다. 자유로운 놀이와 다양한 게임은 아동의 내재적인 흥미를 유발하는 데 필수적이며, 이후에 수학적인 개념과 원리를 도출하는 데 토대가 된다(강완 & 백석윤, 1998).

자) 유연성과 감수성의 고려

초등학생들은 유연하고 감수성도 예민하다는 것을 고려하여 지도해야 한다. 듀윌(J. Dewey)은 아동과 성인의 차이가 겉으로는 행동과 표현의 오류로 나타나지만, 실제로는 유연성과 감수성에서의 차이가 더 크다고 하였다. 성인 중에는 주위 사람들의 태도에 공명(共鳴)하는 유연성과 감수성을 아동만큼 가지고 있는 사람은 매우 드물다는 것이다(이홍우 역, 1987). 그러므로 초등학교 수학 수업에서는 교사의 지도에 따라 얼마든지 아이들의 유연성과 감수성이 발현되는 양상을 변화시킬 수 있을 것이다.

헤브(Hebb)에 의하면, 초기학습은 서서히 연속적인 과정을 따라 일어나며 주로 일반적인 특성과 관련이 있는 반면에, 후기학습은 신속히 일어나며 학습자가 한 단계에서 다음 단계로 뛰어오르는 비약에 의하여 가끔 연속성이 중단되기도 한다. 후기학습은 이미 획득한 개념을 활용하는 것, 다시 말하면 경험이 증가함에 따라 그 개념을 확장하고 수정하는 것으로 이루어진다. 이 때 아이가 지각하는 유사점과 차이점은 그 이전의 것과는 성격이 다르며,

사고의 비약과 통찰도 더욱 빈번히 일어난다. 이에 따라서 학습이 일단 시작되면 그 진행속도도 더욱 빨라진다(함린, 1990, pp. 214-215에서 재인용). 초등 수학교육과 중등 수학교육의 차이도 이러한 맥락에서 구분할 수 있다. 초등학교에서는 중등에 비하여 ‘서서히 연속적인 과정을 따라, 일반적인 특성과 관련되는 방식으로’ 수학학습이 일어나기 때문에, 성급하게 사고의 비약과 통찰을 기대할 수 없다. 수학교육 목표로 제시되는 수학적 사고 능력, 합리적인 문제해결 태도 등은 이러한 특성을 감안하여 초등학교 아동의 수준에서 신중하게 재해석되어야 한다.

나. 초등학교 수학교육의 나아갈 방향

1. 수학적으로 사고하는 능력의 개발

초등학교에서 수학적으로 사고하는 능력은 “주어진 문제 상황을 해결하기 위하여 사고하는 능력”이라고 할 수 있다. 일반적으로 수학적 사고는 어떤 방식으로 구별하는가에 따라 다르게 분류된다. 예를 들어, 수학의 각 내용 영역과 관련시켜 분류하면 집합적 사고, 함수적 사고, 도형적 사고, 통계적 사고 등으로 구별된다. 내용과 상관없이 기능적 측면에 비추어 분류하면, 추상화, 일반화, 연역, 귀납, 유비 추리 등으로 구별된다.

각 내용 영역에 관련시켜 분류한 방식에 따라 수학적 사고 능력을 지도하기 위해서는 내용에 대한 분석을 통해 어떤 사고 과정을 경험시킬 것인지 사전에 파악하고 지도하는 것이 중요하다. 예를 들어, 2학년 학생들에게 사각형을 지도하기 위해서는 주변에서 사각형 모양을 이루는 사물을 생각하게 하고, 그 사물의 공통점을 추상할 수 있도록 지도해야 한다. 이 때 창문, 액자, 상자 등 각각의 사물이 가지고 있는 고유한 특성 중에서 변하지 않는 성질인 네 개의 변과 네 개의 각에 주목하도록 하는 과정이 중요하며, 이것이 학생들의 도형적 사고 능력으로 연결된다.

일반화, 연역 등 기능적 측면에 비추어 수학적 사고를 분류하고, 여러 내용 영역에서 추출된 대상을 공통의 수학적 사고에 의해 파악하도록 하는 것도 가능하다. 예를 들어, 일반적으로 삼각형의 내각의 합이 180° 라는 것을 파악하는 과정, 일반적으로 짝수는 2로 나누어 떨어진다는 것을 이해하는 과정은 모두 일반화라는 수학적 사고를 경험하게 한다.

초등학교 수학교육에서는 동일 주제를 반복적으로 다루면서 점점 더 깊게 탐구하도록 하는 이른바 나선형 교육과정을 따른다. 그러므로 각 내용 영역에서 추구하는 수학적 사고 뿐 아니라 여러 내용 영역에 걸쳐서 공통적으로 추구하는 수학적 사고 과정을 의미 있게 경험하도록 하는 것이 필요하다.

2. 수학적 의사소통 능력의 함양

수학 수업에서 학생은 역동적으로 주어진 수학적 문제 상황에 대해 탐구, 토의, 묘사, 설명할 수 있음으로써, 자신의 수학적 지식을 발전시키는 데 능동적으로 참여하여야 한다. 이러한 사회적 과정을 수학적 의사소통이라고 할 수 있다. 수학 수업에서 교사가 일방적으로 설명하고 학생들은 수동적으로 듣는 것이 아니라, 학생들 사이의, 교사와 학생 사이의, 교사와 전체 학급 사이의 활발한 의사소통을 통해 수학적 개념, 기능, 원리를 가르치고 배우는 것이 중요하다.

수 사이의 관계, 식과 상황 사이의 관계, 수학적 개념이나 원리와 표현 방법 사이의 관계 등 수학 학습을 위하여 파악해야 하는 여러 종류의 관계성을 의사소통에 의하여 다룬다면 파지 효과가 좋을 뿐 아니라 지속적인 학습의 토대가 된다. 예를 들어, 받아올림이 있는 두 자리 수끼리의 덧셈 방법을 각자 개발하고, 가장 효율적인 방법, 여러 방법 사이의 공통점, 특정 방법에 숨어있는 수학적 원리 등에 대해 토론하도록 한다면 계산 방법을 분명하게 이해하고 적용할 뿐 아니라 세 자리 수끼리의 덧셈 방법에 대한 탐구로 나아가게 하는 계기가 될 것이다.

3. 수학적 문제해결력의 개발

수학적 문제해결력은 오래 전부터 강조되어 왔으며, 수학적인 지식과 사고력을 이용하여 적극적인 도전 끝에 스스로 문제를 해결하는 능력을 뜻한다. 폴리아는 문제해결의 사고 과정을 문제의 이해, 풀이 계획의 수립, 풀이 계획의 실행, 풀이에 대한 반성의 4단계로 나누어 설명하였다. 또한 다음과 같은 문제해결을 위한 유용한 사고 전략을 예와 함께 제안하였다: 그림이나 도표로 그리기, 규칙성 찾기, 체계적인 목록 만들기, 표 만들기, 문제를 단순화하기, 추측하고 점검하기, 실험해보기, 실제로 해보기, 거꾸로 풀기, 식 세우기, 논리적으로 추론하기, 관점을 바꾸어보기 등.

기계적인 반복과 암기에 의한 수학 학습이 바람직하지 않은 것은 자명하다. 이러한 학습은 수학적인 문제해결력을 전혀 향상시키지 못하기 때문에, 학생 스스로 수학을 학습하지 못하게 하는 주된 요인이 된다. 결국 학생들은 수학에 대해 자신감을 잃고 부정적인 태도를 발전시키게 된다. 그러므로 수학을 처음 학습하기 시작해서 점차 깊이 탐구하게 되는 초등학교에서 장기적인 안목을 가지고 수학적 문제해결력을 개발하도록 지도하는 것이 매우 중요하다.

4. 수학적 창의성의 개발

수학적 창의성은 “주어진 문제 상황을 이해하거나 해결하는 과정에서 나타나는 독창적이고, 참신하며, 정교하고, 유연한 사고 능력”이라고 할 수 있다. 수학적 창의성은 개념에 대한 깊이 있는 이해, 추측을 바탕으로 한 직관, 새로운 지식을 만들어 내는 추진력 있는 통찰, 장차 무엇이 중요하게 될지를 예견하는 능력에 의해 발현된다. 수렴적 사고보다는 확산적 사고를 통해서 발현되며, 한 가지 정답만을 요구하는 문제보다는 다양한 접근을 허용하는 문제를 해결하면서 함양할 수 있다. 그러므로 수학적 창의성을 키우기 위해서는 초등학생들이 각자의 수준에서 다양한 아이디어를 내고, 해결을 시도하고 독특한 생각으로 발전시키도록 하는 것이 필요하다.

예를 들어, 아래와 같이 사진을 제공한 후, 정글짐이나 구름사다리에서 네모 모양을 찾아보도록 하면서 사각형 지도를 시작할 수 있다. 또한 점판에 여러 모양의 사각형을 그려보도록 할 수 있다. 이 때 학생들은 한 가지 답만을 내고 사고를 멈추기보다는 다양한 사각형을 찾기 위해 지속적으로 사고할 것이다. 그 과정에서 사각형을 이루는 본질적인 요소와 여러 사각형에 대해서 변화하는 비본질적인 요소를 구분하는 능력이 생길 것이다. 네 변과 네 각이라는 핵심 요소가 도출되면 사각형 개념을 형성할 수 있게 된다. 이와 같이 개념을 형성하는 장면에서도 수학적인 창의성을 자극할 수 있으며, 여러 형태의 문제를 통해서 더더욱 참신하고 독창적인 생각을 하도록 이끌 수 있다.



5. 수학 내적·외적 연결성의 추구

초등학교에서 다루는 수학적 지식은 초보적이고 간단하다. 그럼에도 불구하고 생활 속에서 부딪히는 여러 현상을 수학적 지식을 이용하여 이해하고 해결하는 데 활용할 수 있다. 예를 들어, 시각과 시간 개념의 경우, 계획 세우기, 친구와 약속하고 실행하기, 예측하기, 등 실생활 상황에서 종종 활용하게 되는 중요한 수학적 지식이다. 그러므로 학생들 자신의 맥락에서 출발하여 필요성과 의의, 발전 방향을 살펴보고 수학적 지식으로 발전시키도록 지도하는 것이 필요하다. 만약 실생활과 연결되는 수학적 지식을 단지 계산 방법 또는 정해진 사고 과정에 의해서만 다룬다면 학생들의 사고를 제한하고 결국 의미 있는 학습 경험으로 이끌지 못할 것이다.

수학적 지식은 사회과학, 자연과학의 여러 분야에서 널리 활용되고 있다. 예를 들어, 경제 현상을 설명하고 문제를 해결하기 위하여, 물리학 문제를 이해하고 해결하기 위하여 수학적 지식을 사용하게 된다. 그러므로 수학을 배울 때부터 다른 교과에서 수학적 지식을 활용하는 방법을 확인하고 그 타당성을 이해하는 것이 필요하다.

각 내용 영역마다 다른 교과와 직접적으로, 간접적으로 연결되는 부분을 찾을 수 있다. 백분율을 비롯한 비율 관련 부분은 사회, 과학과 직접적으로 연결된다. 꺾은선그래프를 비롯한 각종 그래프 관련 내용 역시 사회현상, 과학현상을 설명하고 예측하는 데 중요한 방법을 제공한다. 자연수의 사칙계산을 비롯한 수와 연산 영역의 지식은 전반적으로 다른 교과의 내용과 연결된다. 앞으로는 보다 적극적으로 다른 교과에서 다루는 지식과 연결하여 수학적 지식을 다룸으로써, 초등학교생들의 안목이 통합적으로 발전되도록 해야 한다.

6. 수학의 가치 이해

수학은 인류가 오랜 역사에 걸쳐 지속적으로 발전, 누적시켜 온 정신 문화의 정수이다. 그러므로 학교에서 수학을 배우는 것은 단지 상급 학교로 진학하기 위해서가 아니라, 인류가 남긴 문화적, 학문적 유산을 계승하여 활용하고 발전시키는 일에 참여하기 위해서 필요한 일이다. 이와 같은 목적을 이해하는 것이 곧 수학의 가치를 이해한다는 말의 뜻이다.

초등학교에서는 수학적 사고 과정, 수학적 창의성의 발현 과정, 수학적 의사소통의 과정에 참여하면서 수학 고유의 매력을 경험하게 하는 것이 수학의 가치를 이해하게 하는 가장 좋은 방법이 된다. 단순 기억이나 맹목적인 연습이 아니라 집중과 몰입, 이해를 통해서 수학

을 배우게 하며, 상급 학교 진학과 같은 외적인 요인이 아니라 흥미, 도전심 등과 같은 내적인 요인에 의하여 수학을 지속적으로 학습하도록 한다면 수학의 가치에 대한 이해를 통해 수학에 대한 긍정적인 태도를 함양하게 될 것이다.

참고 문헌

- 강완, 백석윤. (1998). 초등수학교육론. 서울: 동명사.
- 박교식. (1998). 초등학교 수학의 정체성에 관한 연구. 김연식 교수 정년기념논총. pp. 241-259.
- 송상현. (1998). 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- Anna Sierpinska. (1993). The Development of Concepts According to Vygotsky, In Center for Teaching/Learning of Mathematics. (1993). *Focus on Learning Problems in Mathematics*, pp. 87-107, Center for Teaching/Learning of Mathematics.
- J. Dewey. (1916). *Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education*, New York: Macmillan, 이홍우 역. (1987). 민주주의와 교육, 서울: 교육과학사.
- R. R. Skemp. (1989). *Mathematics in the Primary School*, London: Routledge.

2. 수학과와 목표와 내용

가. 수학과 교육과정 개정의 배경

개정 수학과 교육과정은 제7차 수학과 교육과정의 적용 및 운영 과정에서 드러난 문제점을 개선하기 위해 제7차 수학과 교육과정을 부분 개정하여 수정·고시한 것이다. 수학과 교육과정 개정의 배경 및 주요 내용은 다음과 같다.

수학과 교육과정의 개정 배경
· 제7차 수학과 교육과정의 문제점 수정·보완 필요 · 현실에 맞지 않는 단계형 수준별 교육과정 개선 필요 · 학습 내용의 적정화 · 수학적 사고력 및 의사소통 능력의 강조 · 수학의 가치 제고와 정의적 측면 강조

첫째, 현실에 적용하기 어려운 단계형 수준별 교육과정인 제7차 수학과 교육과정을 현실에 적합하도록 개정할 필요가 있었다. 단계형 수준별 교육과정은 현재의 학급 중심 수업 운영 체제로는 실질적 운영이 불가능한 것으로 나타났다. 학생간 수준 차이가 다양하기 때문에 모든 학생 수준을 고려하여 국가 수준에서 일률적으로 심화 내용을 제시하는 데에 어려움이 있었으며, 학생과 학부모의 정서적 거부감 심각한 것으로 나타났다.

개정 교육과정에서는 단계형 수준별 교육과정을 폐지했으며, 심화 내용을 삭제하고 모든 학생들이 알아야 할 기본 학습 내용만 제시하였다. 수준별 수업 내용은 교사들이 자율적으로 결정하도록 자율권을 부여하였으며, 수준별 수업 운영 지침은 교육과정의 ‘교수·학습 방법’에서 제시하였다. 수준별 교수·학습 자료를 통해 학생들이 자기 수준에 맞게 기초 원리 학습 및 기본 학습 내용의 숙달을 강조하거나 심화 학습을 하도록 개정하였다. 이와 같은 단계형 수준별 교육과정 폐지에 따라 개정 수학과 교육과정에서는 ‘단계’ 대신 ‘학년’, ‘학기’ 등의 용어를 사용하였으며, ‘단계형 수준별 교육과정’은 ‘수준별 수업’으로 전환하였다.

둘째, 개정 수학과 교육과정에서는 학습 내용을 적정화하고자 하였다. 제7차 수학과 교육과정은 그 실행 과정에서 내용 체계의 연계성 및 위계성을 보완할 필요성과 함께 학년간, 학교급간 학습량 불균형 해소의 필요성이 대두되었다. 개정 수학과 교육과정에서는 학습 내용의 요소간 연계성 및 위계성을 강화하였으며, 학습 내용의 난이 수준을 고려하여 학습량을 조정하였다. 다른 교과 학습과의 연계성을 강화하였으며, 현재 기본 학습의 내용처럼 되어 있는 제7차 교육과정의 심화 내용을 삭제함으로써 학습량 경감을 추구하였다. 또한 개정 수학과 교육과정에서는 미래 사회를 살아갈 학생들에게 필요한 수학 내용을 제공하고자 하였다.

셋째, 개정 수학과 교육과정에서는 수학적 사고력 신장을 더욱 강조하였다. 귀납적 추론

및 논리적 추론 능력의 향상을 강조하였으며, 수학적 문제해결 능력의 신장, 의사소통 능력의 신장을 강조하였다. 이를 위하여 교육과정의 ‘목표’에 수학적 의사소통 능력 신장을 추가하였으며, ‘교수·학습 방법’에 수학적 사고와 추론 능력의 신장, 수학적 의사소통 능력의 신장, 수학적 문제해결력 신장을 위한 구체적인 사항을 제시하였다.

넷째, 개정 수학과 교육과정에서는 수학의 가치 제고와 정의적 측면을 강조하였다. 현실 세계에서의 수학의 역할과 유용성 인식을 강조하였으며, 수학 학습에 대한 즐거움, 자신감, 흥미 등 긍정적인 수학적 태도 배양을 강조하였다. 이를 위하여 ‘목표’에 수학의 가치 이해 및 수학에 대한 긍정적 태도 신장을 추가하였다.

다섯째, 개정 수학과 교육과정에서는 내용 영역을 수정하였다. 제7차 수학과 교육과정에서는 1~10학년의 교육과정을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수의 6개의 내용 영역으로 구분하였다. 개정 수학과 교육과정에서는 학교급별 특성을 고려하여 초등학교와 중·고등학교의 내용 영역을 수정하였다. 초등학교에서는 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성과 문제해결의 5개의 내용 영역을 설정하였고, 중·고등학교에서는 수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하의 5개의 내용 영역을 설정하였다. 또한, 교과간, 학교급간 문서 체제를 통일하기 위하여, 제7차 수학과 교육과정에서는 단계별로 제시하던 성취기준을 학년별로 제시하였다.

여섯째, 개정 수학과 교육과정에서는 교육 목표를 학교급별로 제시하였다. 제7차 수학과 교육과정에서는 1~10학년의 교육 목표를 하나로 제시한 반면, 개정 교육과정에서는 초등학교, 중학교, 고등학교의 수학교육의 초점을 고려하여 학교급별 목표를 제시하였다. 그리고, 교과간 문서 체제를 통일하고 학습 내용과의 중복을 피하기 위하여 제7차 수학과 교육과정의 단계별 목표를 삭제하였다.

나. 수학과 목표

개정 수학과 교육과정에서는 초등학교 1학년부터 고등학교 1학년까지 추구해야 할 총괄 목표를 제시한 후 초등학교, 중학교, 고등학교의 목표를 각각 세분화하여 제시하였다. 이것은 1~10학년에서 추구할 수학과 목표의 한 가지로 제시한 제7차 수학과 교육과정과 대비된다.

1) 수학과 총괄 목표

개정 수학과 교육과정에서의 수학과 총괄 목표는 다음과 같다.

수학과 총괄 목표

수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

개정 수학과 교육과정의 총괄 목표에서는, ‘수학적 지식과 기능의 습득’, ‘수학적 사고 능력, 의사소통 능력, 문제해결 능력의 신장’, ‘수학에 대한 긍정적 태도 육성’을 강조하고 있다. ‘수학적 지식과 기능’, ‘수학적 사고 능력’, ‘문제해결 능력과 태도’라는 항목은 수학 학습에서 변하지 않는 기본 목표로서 제7차 교육과정에서도 제시된 것이며 앞으로의 수학 학습에서도 계속 강조될 필요가 있다. 다만 개정 교육과정에서는 수학교육의 최근 경향을 반영하여 수학적 의사소통 능력을 강조하였다. 또한 최근 관심이 증대되고 있는 정의적 측면과 관련하여 수학에 대한 긍정적인 태도를 새롭게 추가하였다. 개정 교육과정에서 제시된 태도는 정의적 측면의 태도라는 점에서 제7차 교육과정에서의 문제를 합리적으로 해결하는 태도와 구분된다(교육인적자원부, 2007).

2) 초등학교 수학과 목표

개정 교육과정에서는 수학과 총괄 목표 다음으로 학교급별 목표를 제시하였다. 학교급별 목표는 해당 학교급에서 추구하는 전체 목표가 제시된 후 그 내용을 좀 더 상세하게 제시하는 3개 항의 하위 목표로 구성되어 있다. 개정 교육과정에 제시된 초등학교 수학과 목표는 다음과 같다.

초등학교 수학과 목표

기초적인 수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 현상과 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

- 가. 생활 주변에서 일어나는 현상을 수학적으로 관찰하고 조직하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하는 능력을 기른다.
- 나. 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.
- 다. 수학에 대한 관심과 흥미를 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

초등학교 수학과 목표는 수학과 총괄 목표를 초등학교에 맞도록 조절한 것이다. 수학과 총괄 목표를 그대로 따르면서, 초등학교 수학에서 다루는 수학 내용의 특성을 고

려하여 ‘기초적인’ 수학적 지식과 기능의 습득을 강조하였으며, 초등학교 학생들의 인지 수준을 고려하여 ‘생활 주변의’ 현상과 문제의 수학적 고찰과 합리적 해결 능력을 강조하였다.

초등학교 수학과 하위 목표 ‘가’항과 ‘나’항은 수학 학습의 인지적 측면과 관련되는 것이다. ‘가’항은 초등학교 수학과 전체 목표에 제시된 ‘기초적인 수학적 지식과 기능을 습득하고’라는 부분을 상세화한 것이다. 초등학교 학생들의 수준을 고려하여 학생들에게 친숙한 자신의 생활 주변을 관찰하고 수학적으로 조직하는 경험을 통한 수학의 기초적 지식의 이해를 강조하였다(교육인적자원부, 2007).

하위 목표 ‘나’항은 초등학교 수학과 전체 목표에 제시된 ‘수학적 사고력, 의사소통 능력, 문제해결 능력’에 관한 부분을 상세화한 것이다. 여기에서 수학적 사고력은, 학생 스스로 귀납, 유추 등을 통해 수학적 사실을 추측할 수 있는 능력, 추측한 수학적 사실을 정당화하거나 증명할 수 있는 능력, 수학적 사실이나 명제를 분석할 수 있는 능력, 수학적 관계를 조직하고 종합할 수 있는 능력, 학생 자신의 사고 과정을 반성할 수 있는 능력 등을 말한다(교육인적자원부, 2006).

수학적 의사소통 능력은, 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확하게 사용하는 능력, 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있는 능력, 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 하고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는 데 중요함을 인식하는 태도 등을 말한다.

수학적 문제해결 능력은, 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 문제해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하는 능력, 학생의 경험과 요구를 바탕으로 문제를 창의적으로 해결할 수 있는 능력, 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제해결 방법과 과정 및 문제를 만들어 보는 활동을 중시하는 태도, 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고 이를 일반화하는 능력 등을 말한다.

하위 목표 ‘다’항은 수학 학습의 정의적 측면에 해당되며, 초등학교 수학과 전체 목표에 제시된 ‘수학에 대한 긍정적 태도’라는 부분을 상세화한 것이다. 수학에 대한 긍정적 태도와 바람직한 가치관은 수학 학습을 성공적으로 수행하는 데에 중요한 역할을 하며, 수학 교수·학습 활동에 활력을 줄 수 있다. 초등학교에서부터 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학에 대한 자신감, 수학의 유용성 및 가치 인식, 과제집착력과 의지, 창의적 사고, 수학 수업에의 참여 등을 강조함으로써, 학생들이 이후의 수학 학습을 성공적으로 수행할 수 있는 정서적 토대를 마련하는 것이 중요하다.

다. 수학과 의 내용 체계

(1) 수와 연산 영역

학년	내용
1	·100까지의 수 ·간단한 수의 덧셈과 뺄셈 ·두 자리 수의 덧셈과 뺄셈
2	·1000까지의 수 ·두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ·세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ·곱셈 ·분수의 이해
3	·10000까지의 수 ·네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ·곱셈 ·나눗셈 ·분수 ·소수의 이해
4	·다섯 자리 이상의 수 ·자연수의 사칙계산 ·여러 가지 분수 ·분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 ·소수 ·소수의 덧셈과 뺄셈
5	·약수와 배수 ·약분과 통분 ·소수와 분수 ·분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 ·분수의 곱셈과 나눗셈 ·소수의 곱셈과 나눗셈
6	·분수의 나눗셈 ·소수의 나눗셈 ·분수와 소수의 혼합 계산

(2) 도형 영역

학년	내용
1	·입체도형의 모양 ·평면도형의 모양
2	·기본적인 평면도형 ·입체도형의 구성
3	·각과 평면도형 ·평면도형의 이동 ·원의 구성요소
4	·각과 여러 가지 삼각형 ·다각형의 이해
5	·직육면체와 정육면체의 성질 ·합동 ·대칭
6	·각기둥과 각뿔의 성질 ·원기둥과 원뿔의 성질 ·여러 가지 입체도형

(3) 측정 영역

학년	내용
1	·양의 비교 ·시각 읽기
2	·시각과 시간 ·길이 ·측정값 나타내기
3	·시간 ·길이 ·둘이 ·무게
4	·각도 ·평면도형의 둘레 ·직사각형과 정사각형의 넓이 ·어림하기(반올림, 올림, 버림) ·수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만)
5	·평면도형의 넓이 ·무게와 넓이의 여러 가지 단위
6	·원주율과 원의 넓이 ·겉넓이와 부피 ·원기둥의 겉넓이와 부피

라. 학년별 주요 내용

(1) 2학년

(가) 수와 연산

① 1000까지의 수

- 일, 십, 백의 자리값의 의미와 위치적 기수법을 이해하고, 1000까지의 수를 읽고 쓰기
- 세 자리 수의 계열을 이해하고, 크기 비교하기

② 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈

- 두 자리 수의 범위에서 받아올림이 있는 덧셈과 받아내림이 있는 뺄셈하기
- 두 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈하기
- 덧셈과 뺄셈의 관계 이해하기

③ 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈

- 세 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈하기
- 세 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈하기
- 덧셈과 뺄셈을 활용하여 실생활 문제 해결하기

④ 곱셈

- 곱셈이 이루어지는 상황을 알고, 곱셈의 의미 이해하기
- 곱셈구구를 이해하고, 한 자리 수의 곱셈하기

⑤ 분수의 이해

- 연속량의 등분할을 통하여 분수를 이해하고, 읽고 쓰기

(나) 도형

① 기본적인 평면도형

- 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그 모양을 그리거나 만들기
- 기본적인 평면도형의 구성요소를 알고 찾기

② 입체도형의 구성

- 쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 똑같이 만들기
- 주어진 쌓기나무로 여러 가지 입체도형 만들기

(다) 측정

① 시각과 시간

- 시각을 ‘몇 시 몇 분’까지 읽기
- 1시간은 60분임을 알고, 시간을 ‘시간’, ‘분’으로 말하기
- 1시간, 1일, 1주일, 1개월, 1년 사이의 관계 이해하기

② 길이

- 1cm, 1m의 단위를 알고, 길이 재기
- 1m가 100cm임을 알고, 길이를 단명수와 복명수로 말하기
- 여러 가지 물건의 길이를 어렵하고 재어봄으로써 양감 기르기
- 길이의 덧셈과 뺄셈하기

③ 측정값 나타내기

- 길이 재기에서 자의 눈금과 일치하지 않는 길이의 측정값을 ‘조금 더 된다’, ‘조금 못 된다’로 판단하여 이를 ‘약’으로 표현하기

(라) 확률과 통계

① 표 만들기

- 실생활에서 찾을 수 있는 구체적인 자료의 크기를 조사하여 표로 나타내기
- 조사된 자료를 간단한 그림을 이용하여 그래프로 나타내고, 자료의 크기 비교하기

(마) 규칙성과 문제해결

① 규칙 찾기

- 물체나 무늬의 다양한 변화 규칙을 찾아 설명하기
- 수 배열이나 수 배열표에서 규칙을 찾고, 그 규칙에 따라 수 배열하기
- 곱셈표에서 여러 가지 규칙을 찾고 설명하기

② 미지수 구하기

- 어떤 수를 □로 나타내고, 이를 포함하는 간단한 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 등식에서 어떤 수의 값을 구하기

③ 식 만들기

- 문장으로 된 문제를 식으로 나타내기
- 식에 알맞은 문제 만들기

④ 문제해결 방법

- 규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등의 여러 가지 방법으로 문제 해결하기

3. 수학과 의 교수 · 학습

교실 안에서 이루어지는 모든 교수 활동은 교사의 학습에 대한 관점을 반영한다. 수업을 계획하고 학습 내용을 제시하고 수학 문제를 다루는 방식은, 교사가 수학 학습을 어떻게 생각하고 있는가를 반영한다. 그러므로 수학 학습 과정에 대한 심층적인 이해는 교사들에게 매우 중요한 일이다.

가. 수학 학습에 대한 관점

듀이(Dewey)는 학습이 경험과 학습자의 능동적인 활동으로부터 이루어진다고 주장하였으며, 피아제(Piaget)는 학습자가 조작 활동을 통하여 능동적으로 자신의 지식을 구성한다고 주장하였다. 학습에 대한 이와 같은 관점은 구성주의로 알려져 있다. 구성주의에서는 학생들이 단순히 새로운 정보를 받아들이는 것이 아니라, 보거나 듣거나 행한 것을 이미 알고 있는 지식과 관련지어 해석하고 통합한다고 주장한다. 다음에서는 학생의 학습 과정에 관한 두 가지 주요한 이론인 행동주의와 구성주의에 대해 살펴보기로 한다.

1) 행동주의적 관점

행동주의에서는 인간을 외부적 자극 요인으로 인해 일차적으로 통제되는 수동적 주체로 바라본다. 인간의 모든 행위는 주변의 환경적인 요인들을 적절히 통제함으로써 조절 가능하다는 것이다. 행동주의는 자극-반응과 조건 학습에 그 근거를 두고 있으며, 행동이 보상과 벌을 통해서 효과적으로 형성될 수 있다고 주장한다.

그러나 오늘날 수학 학습에 대해 행동주의적 접근만을 배타적으로 주장하는 이론가는 거의 없다. 행동주의적 접근에서는 평가(측정)가 용이하고 단순한 단기적인 목표에 초점을 맞출 위험성이 있다. 단기적 목표를 강조하다 보면 장기적인 목표나 문제해결과 같은 높은 수준의 인지적 과정이 필요한 수학 학습의 다른 측면들을 경시할 수도 있다. 교사는 행동주의 심리학에 대해 제대로 이해함으로써 학교 현장에서 주의 깊게 활용할 필요가 있다.

2) 구성주의적 관점

전통적인 수업 방식은 학생이 교사의 설명을 듣고 교사로부터 새로운 지식을 전달받는 것이다. 이러한 수업의 배경에는, 학생이 지식을 환경으로부터 수동적으로 받아들이는 관점이 놓여 있다. 구성주의는 이러한 기존의 지식관이 지식 형성 과정의 본질을 제대로 설명하지 못한다고 본다. 구성주의는 학습자가 스스로의 능동적인 구성 활동을

통해 자신에게 의미 있는 지식을 구성해 나간다고 주장한다(황혜정 외, 2007).

구성주의는 다음과 같은 세 가지의 기본 관점을 가지고 있다.

구성주의의 기본 관점

- 지식은 수동적으로 받아들여지는 것이 아니다. 지식은 학습자에 의해 능동적으로 구성되거나 발견되는 것이다.
- 학생들은 그들의 신체적, 정신적 활동에 대한 반성을 통해서 새로운 수학적 지식을 구성한다. 학생들은 관계를 관찰하고 규칙을 인식하고 일반화하고 추상화하면서 자신들의 현재의 인지 구조에 새로운 지식을 통합한다.
- 학습에는 학생들이 교사나 학급 친구들과 함께 토론하고 대화하는 사회적 과정이 반영되어 있다. 이는 학생들이 구체적 조작 활동, 규칙성 발견하기, 학생 자신의 알고리즘 발견하기, 다양한 해결 방법 찾아내기 등과 같은 활동뿐만 아니라, 발견한 것을 공유하고 학생 자신이 수행한 수학적 사고 과정을 설명하고 정당화하는 의사소통 활동에 적극적으로 참여할 필요가 있음을 의미한다.

일반적으로 구성주의는 조작적 활동, 반성적 사고, 토론을 중시하는 수학 수업을 강조한다. 여기에서 조작적 활동과 반성적 사고는, 피아제(Piaget, 1928)가 강조한 구체적 조작과 반영적 추상화와 일맥상통하는 것이다.

박영배(1996)는 수학교육학적 구성주의의 교수·학습 원리로 학생 중심적 개별화의 원리, 발문 중심적 상호작용의 원리, 의미 지향적 활동의 원리, 반영적 추상화의 원리를 제시하였다. 학생 중심적 개별화의 원리는 수학 학습 활동의 주체가 학생 개개인이라는 것, 학습은 학생 개개인의 지적 자율성에 바탕을 두어야 한다는 것을 의미한다. 발문 중심적 상호 작용의 원리는 학생이 학습의 주체가 되어 스스로 지식을 구성해 갈 수 있도록 교사가 발문을 중심으로 하여 학생을 안내하거나 조력해야 한다는 원리이다. 의미 지향적 활동의 원리는 학생들이 활동을 통하여 의미 충실한 지식을 구성해야 한다는 원리이다. 지식의 구성에 앞서 의미의 구성이 이루어져야 하며, 구성된 의미에 부합하는 지식의 구성이 이루어져야 한다는 것이다. 반영적 추상화의 원리는 학생 자신에 의해 내면적으로 이루어지는 반성적 활동을 중시해야 한다는 원리이다. 반영적 추상화는 수학적 지식의 자주적 구성을 가능하게 하는 심리적 메커니즘으로, 동화와 조절에 의한 내면화된 자주적 활동을 의미한다. 반영적 추상화의 원리를 구현하기 위해서는 활동과 더불어 반성을 매우 중요하게 고려해야 한다.

나. 수학적 지식과 수학 학습

1) 관계적 이해와 도구적 이해

수학 학습에서 개념적 지식과 절차적 지식(기능, 알고리즘)은 매우 중요하다. 개념적 지식과 절차적 지식을 서로 상반되는 것으로 보는 이분법적인 관점은 부적절하다. 수학을 잘하기 위해서는 개념적 지식과 절차적 지식이 모두 필요하다. 교사는 개념적 지식과 절차적 지식이 무엇인가를 알아야 하며, 학생들이 개념적 지식과 절차적 지식을 의미있게 연결하도록 지도하는 일의 중요성을 이해해야 한다.

개념적 지식은 수학적 원리, 개념, 법칙 등을 의미한다. 절차적 지식은 수학적 절차에 대한 지식으로서 알고리즘으로 대표된다고 할 수 있다. 알고리즘은 정해진 절차를 단계적으로 수행하면 목표에 도달할 수 있는 것으로서, 예를 들어 ‘두 자리수×두 자리수’의 계산 알고리즘을 생각할 수 있다. 알고리즘은 그 원리를 이해하면서 수행될 수도 있고, 그 원리는 이해하지 못한 채 기계적으로 수행될 수도 있다.

예를 들어, $23+49$ 를 계산할 때, 어떤 학생은 계산 알고리즘의 원리를 이해하고 적용하여 72를 구할 수 있다. 어떤 학생은 20에 40을 더해 60을 얻고, 12를 더해 72를 구할 수 있다. 또 다른 학생은 $23+50=73$ 을 암산으로 계산한 후, 1을 빼서 72를 구할 수도 있다. 이와 같이 알고리즘의 원리를 이해하면서 알고리즘을 수행할 수 있는 학생은, 스킴프(Skemp)의 관계적 이해 상태에 있다고 할 수 있다(Skemp, 1989).

반면에, 어떤 학생은 알고리즘의 의미를 이해하지 않고 단순히 기억에 의지하여 ‘ $23+49$ 에서 3과 9를 더해 12이다. 2를 내리고 1을 왼쪽으로 올려서 $2+4=6$ 에 1을 더하면 7이므로 답은 72이다’와 같이 기계적으로 계산할 수 있다. 이와 같이 알고리즘의 원리를 이해하지 못한 채 단지 알고리즘을 암기하여 기계적으로 절차를 수행하는 학생은, 스킴프의 도구적 이해 상태에 있다고 할 수 있다.

교사는 학생들이 관계적 이해 상태에 도달할 수 있도록 지도해야 한다. 초등학교 수학 내용 중에서 학생들이 관계적 이해 상태에 도달하지 못하고 도구적 이해 상태에 머무르는 대표적인 주제로서, 분수의 나눗셈과 평면도형의 넓이 구하는 공식을 생각할 수 있다. 예를 들어, 학생들은 분수의 나눗셈에서 ‘나누는 수를 뒤집어서, 즉 나누는 수의 분모와 분자를 서로 바꾸어서 곱하는 알고리즘’으로 분수의 나눗셈을 정확히 계산하여 답을 구할 수 있다. 그러나 많은 학생들은 분수의 나눗셈을 왜 그런 방법으로 계산하는가에 대한 원리를 이해하지 못하고 단지 그 방법을 암기하여 적용하는 도구적 이해 상태에 머무르고 있다. 이와 같은 상황에서 교사가 수학 수업에서 분수의 나눗셈의 답과 결과만을 중요시한다면, 학생들은 분수의 나눗셈 알고리즘의 원리를 이해하려는 노력을 기울이지 않을 것이다. 그러므로 교사는 학생들이 도구적 이해 상태를 넘어서서 관계적 이해 상태에 도달할 수 있도록, 즉 절차적 지식과 더불어 절차적 지식에 내재되어 있는 개념적 지식을 의미 있게 이해할 수 있도록 지도해야 한다.

2) 수학 학습 이론의 시사점

효과적인 수학 교수는 학생이 어떻게 학습하는가에 대한 이해에 상당 부분 의존한다. 구체적인 것으로부터 추상적인 것으로의 사고를 구축하는 과정과 학생들이 그 사고를 건널 수 있도록 돕는 과정은 훌륭한 교사가 지녀야 할 핵심적인 사항이다.

① 학생은 수학 학습에 활동적으로 참여해야 한다.

학생들의 활동적 참여를 강조한 이 원리는, 학생들이 자신들이 행한 것으로부터 이해하기 시작하여 결국에는 수학을 더 잘 이해할 수 있다는 것이다. 효과적인 학습에 대하여 다음과 같은 말이 있다. 이것은 학생이 자신의 수학적 의미를 구성하는 데에 초석이 되는 활동적인 참여의 중요성을 나타내고 있다.

듣기만 한 것은 잊어버리고(I hear and I forget),
본 것은 기억되지만(I see and I remember),
해 본 것은 이해할 수 있다(I do and I understand).

② 수학 학습은 발달의 과정이다.

효과적이고 효율적인 수학 학습은 단번에 이루어지는 것이 아니다. 학생들은 수학 내용이 자신들의 발달 단계에 적절하고 자신들의 지적 발달을 촉진시키는 흥미 있는 방법으로 제시될 때 가장 잘 학습한다. 교수 활동에서의 이러한 과제는 도전적이고 시간을 필요로 하며, 미리 계획되어야 한다.

③ 수학 학습은 선수 학습의 바탕위에서 이루어진다.

수학은 학생들에게 적절하고 이해 가능하도록 조직되어야 한다. 수학에는 개념적 지식과 절차적 지식 모두가 포함되기 때문에 학생들은 개념적 지식과 절차적 지식을 발달시키는 것뿐만 아니라 그것들 사이의 관계적 이해도 도모해야 한다. 수학에서는 사전 지식이 매우 중요하다. 예를 들어, 킬로미터가 무엇인지 모르면서 킬로미터로 거리를 측정하고자 애쓰는 것은 무의미하다.

④ 의사소통은 수학 학습에서 필수 불가결한 부분이다.

모형, 도구, 실생활의 예들은, 학생들이 생각하고, 이야기하고, 들을 수 있는 많은 기회를 제공한다. 수학에서 정확성은 가치 있는 것이며, 수학적 언어에서의 정확성은 학습의 산물이다. 그러나 교사가 언어적 정확성을 너무 성급하게 강요하는 것은 바람직하지 않다. 수학을 공부하면서 학생들은 그들이 생각하고 있는 것과 이해하고 있는 것을 통찰하게 된다.

⑤ 재미있고 좋은 발문은 수학 학습을 촉진한다.

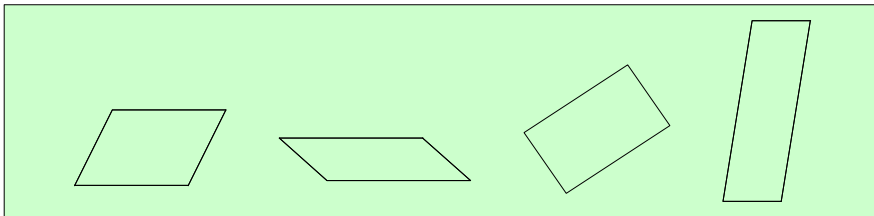
학생들은 상호간에 질문할 수 있고 질문해야 한다. 학생들은 교사에게 질문할 수 있고 질문해야 하며, 교사 또한 학생에게 발문할 수 있고 발문해야 한다. 발문은 학습 과정의 중요한 요소이다. 교사들은 언제, 어떤 발문을 해야 할지를 알아야 한다. 또 교사는 발문에 답해

야 할 때와 원래의 발문에 대한 대답을 촉진시킬 새로운 발문을 해야 할 때를 알아야 한다.

⑥ 구체물은 수학 학습을 도와준다.

조작적 교구와 모델은 초등학교에서 학생들이 수학을 학습하도록 돕는 데에 결정적인 역할을 한다. 다양한 교구와 모델을 활용하여 수학적 개념을 다양한 방식으로 만들어 보는 활동은 초등학교 학생들에게 매우 중요하다. 딘즈(Dienes, 1960)는 이와 같은 활동의 중요성을 지각적 다양성의 원리로 강조하였다. 예를 들어, 평행사변형 개념을 지도할 때, 학생들이 평행사변형을 종이 위에 그려 보는 활동, 두 개의 합동인 나무로 된 삼각형으로 평행사변형을 만드는 활동, 평행사변형을 점판 위에서 표현해보는 활동, 평행사변형을 벽지의 패턴에서 찾는 활동 등을 경험하도록 하는 것이 바람직하다.

한편, 수학적 개념의 예를 제시할 때는 수학적 개념의 예만 제시하는 것보다 수학적 개념의 예와 예가 아닌 것을 모두 제시하는 것이 학생들의 개념 형성에 도움을 준다(Skemp, 1989). 또한 수학적 개념의 예를 제시할 때는 개념을 구성하는 본질적인 변인은 변하지 않게 유지하면서 다른 변인은 가능한 한 다양하게 변화시키는 것이 바람직하다. 딘즈(Dienes, 1960)는 이와 같은 활동의 중요성을 수학적 다양성의 원리로 강조하였다. 예를 들어, 평행사변형 개념 학습을 위한 예를 제공할 때, 평행사변형 개념을 구성하는 본질적인 변인인 ‘두 쌍의 대변이 평행’은 변하지 않게 유지하면서 각의 크기나 변의 길이, 평행사변형의 위치 등은 다음과 같이 다양하게 변화시키는 것이 바람직하다.



⑦ 메타인지는 수학 학습에 영향을 끼친다.

학생들이 자신들의 ‘생각에 대해 생각해 보도록’ 격려하는 것은 수학 학습에서 매우 중요하다. 메타인지(meta-cognition)는 ‘인지 위의 인지’로서, 사고하고 있는 학생 자신의 인지를 다시 사고의 대상으로 삼아 인지하는 것이다. 메타인지가 발달하려면 학생들 스스로 자신들이 아는 것과 하는 것을 살펴보고 관찰한 것을 반성해야 한다.

메타인지의 핵심은 반성적 사고로서, 반성적 사고는 여러 학자들에 의해 그 중요성이 강조되었다. 피아제(Piaget, 1928)는 논리-수학적 경험을 토대로 한 반영적 추상화 활동이 반사와 반성으로 이루어진다고 주장하였으며, 폴리아(Polya, 1957)는 문제해결 단계의 마지막 단계로서 반성 단계의 중요성을 강조하였다. 또한 반 힐레(van Hiele, 1986)는 기하적 사고 수준에서, 이전 수준에서 사고의 수단이었던 것이 다음 수준에서 사고의 대상이 됨으로써 수준 상승이 이루어진다고 주장하였다.

⑧ 교사의 태도는 수학 학습에 영향을 준다.

수학에 대한 학생의 태도는 학습의 부산물이며, 수학에서의 학습 동기 및 성공과 연관되어 있다. 수학에 대한 태도를 포함한 학생의 가치 기준은 교사로부터 매우 많은 영향을 받는다. 수학을 가르치기 좋아하고 학생들과 수학 교과에 대한 열정과 흥미를 나누는 교사는, 수학을 좋아하는 학생들을 배출하는 경향이 있다.

⑨ 수학 불안은 수학이 어떻게 학습되는가에 의해 영향을 받는다.

수학 불안 또는 수학 공포증은 수학에 대한 두려움이나 수학에 대한 강한 부정적 느낌을 말한다. 수학에 대한 부정적 감정은 불안감에 의해 나타날 수도 있고, 실패에서 오는 두려움, 벌, 놀림이나 오명의 꼬리표에 의해 생겨날 수도 있다. 교사는 학생들이 수학 불안이나 수학 공포증을 갖지 않도록 세심한 주의를 기울일 필요가 있다.

3) 수학 학습 이론과 수학 지도

앞에서 제시한 원리들은 학습, 특히 수학 학습에 관련된 아이디어를 제공한다. 다음에서는 위에서 논의한 수학 학습 원리를 구현하기 위한 교수 활동을 계획하는 데에 유용할 것으로 생각되는 몇 가지 권고를 제안하고자 한다.

- ① 수학 수업의 표어는 ‘학생에게 의미 있는 것을 하라’로 세워라. 이 표어는 학생들이 질문하고 반성하고 그들에게 이해되는 설명을 추구하도록 용기를 줄 것이다.
- ② 학생을 참여시키는 풍부한 학습 환경을 제공하라. 흥미 있는 문제들은 수학 학습을 증진시키는 데에 더 효과적이다.
- ③ 수학과 관련된 필요한 것들을 읽게 하라. 학생들을 위한 다양한 서적은 수학적 사고와 풍부한 수학 학습을 위한 출발점을 제공한다.
- ④ 문제를 탐구하는 데에 교구와 모델을 사용하라. 학생들이 자신들의 수학적 사고를 구축하는 데에 도움이 되는 구체적 경험을 제공한다.
- ⑤ 학생들이 수학에 대해 이야기하도록 격려하라. 학생들은 교사뿐만 아니라 학생들 서로에게서도 배울 수 있다.
- ⑥ 수학 학습에 관하여 중요한 부분을 쓰게 하라. 쓰는 것은 말하기의 자연스러운 확장이고, 학생들의 의사소통 능력 향상을 위한 가치 있는 통찰력을 제공한다.
- ⑦ 수학 학습을 위하여 안정되면서도 지적으로 자극적인 환경을 제공하라. 틀린 답과 개념적인 오류는 학생들이 수학적 지식을 구성할 때 자연스럽게 나타나는 현상이다.
- ⑧ 혼동, 부분적인 이해, 그리고 약간의 좌절은 수학 학습 과정의 자연스러운 부분이라는 사실을 받아들여라. 수학을 학습하는 것은 장기간에 걸친 과정이다. 때때로 진보는 느리게 이루어지지만, ‘나는 알았어’ 또는 ‘이제 이해했어’와 같은 통찰의 순간이 나타난다.
- ⑨ 학생들이 결과보다는 과정이 가치 있다는 것을 확실히 깨닫게 하라. 답에 초점을 맞추는 것은 마지막 결과에 우선권을 두는 것이다. 수학 학습에서 가장 중요한 요소는 과정, 즉 답을 구하는 방법이다.
- ⑩ 수학에 대해 긍정적 태도를 투사하라. 학생들은 교사에 의해 많은 영향을 받는다. 수학을 소중하게 생각한다는 것을 분명히 하고, 학생들이 수학의 중요성을 인식하도록 도움을 주어라.
- ⑪ 학생들이 자신들의 학습을 반성해 보도록 격려하라. 메타인지는 학습 과정의 중요한 부분이다. 개별적인 반성이나 다른 사람(교사 또는 학생)과의 의사소통을 통해 자신들의 사고 과정을 반성하도록 격려하라.
- ⑫ 학습을 촉진시키는 교실 조직을 활용하라. 소집단 협력 학습과 학급 전체의 일제 수업은 모두 수학 학습을 증진하는 효과적인 방법이다. 교사는 언제, 어떻게 이 방법들을 효과적으로 활용할 수 있는가를 알아야 한다.

다. 수학과 수업 모형

(1) 수업 모형의 선정과 활용

수업은 교사, 학생, 교육 내용을 중심으로 이루어지는 매우 복잡한 활동이다. 따라서 수업 과정이 어떻게 운영되어야 하는지, 수업 과정에서 유의해야 할 문제점이 무엇인지 등에 대한 구체적인 논의를 위해서는 실제의 수업 현상을 하나의 모형으로 추상화하여 단순화시킬 필요가 있다(교육인적자원부, 2005).

수업 모형이란 복잡한 수업 현상을 특징적 사태를 중심으로 단순화시킨 형태를 말하며, 수업의 실재를 기술하기 위하여 수업의 주요 특징을 요약해 놓은 설계도라고 할 수 있다. 수업 모형을 교수·학습 모형으로 부르기도 하지만, 1960년대 이후 수업 모형이라는 용어가 교육 현장에 널리 사용되고 있다. 효과적인 수업 모형을 제시하는 일은 곧 특수한 수업 목적을 달성하기 위한 처방적인 수업 전략을 수립하는 일이다. 효과적인 수업 모형은 복잡한 수업 현상을 기술하고 설명할 수 있어야 하며, 나아가 예측 가능한 수업의 주요 특징을 체계화할 수 있어야 한다.

수업 모형을 선정할 때에는 ‘교사’, ‘학생’, ‘교육 내용’의 세 가지 요소를 고려해야 한다. 먼저, 교사는 수업에 있어 가장 중요한 요소라고 할 수 있다. 교사의 수학교육에 대한 관점, 교사가 지지하는 수학 학습 이론, 교사가 지닌 수업 기술과 교직원 등은 교사의 수업 모형 선정에 영향을 준다. 다음으로, 수업 모형 선정에서는 수학 수업에 참가하는 학습자의 수학 학습 능력과 동기, 선수 학습 내용 등을 고려할 필요가 있다. 학습자의 학습 능력 수준이 낮을 경우 교사의 상세한 설명이 효과적이지만, 학습 능력 수준이 높은 경우에는 탐구식 수업이 효과적이다. 또한, 학습자가 얼마나 학습에 적극적으로 참여하는가에 따라 수업 모형의 효과가 달라진다. 마지막으로, 가르치려는 교육 내용의 특성도 수업 모형의 선정 과정에서 고려해야 할 요소이다. 수학 교수·학습의 내용의 성격에 따라 적절한 수학 수업 모형이 달라질 수 있다.

수업 모형은 수업의 절차를 체계적으로 기술한 것이므로, 수업 모형에는 대체로 수업의 각 진행 단계에 따른 교수·학습 활동의 특성이 제시된다. 수업 모형이 선정되면, 교사는 이러한 단계별 교수·학습 활동의 특성에 따라, 학생에게 제시할 자료나 설명 등을 준비하게 된다. 이 때, 특정한 수업 모형에서 제시되는 진행 단계가 모든 수업에 일률적으로 적용될 필요는 없다. 수업에 적합한 수업 모형을 선정하였다고 하더라도, 교사는 그 수업 모형의 절차를 적절히 수정하여 사용할 수 있다.

수학 교수·학습에 활용될 수 있는 수업 모형은 매우 다양하지만, 여기에서는 개념 형성 모형, 속성 모형, 원리 탐구 모형, 귀납적 추론 모형, 문제해결 모형들을 살펴보기로 한다. 수학 수업을 실시하는 교사는 이와 같은 수업 모형들을 그대로 사용하거나 자신의 교수 활동에 적절하게 재구성하여 사용할 수 있다. 또한 두 가지 이상의 수업 모형을 결합하여 사용할 수도 있으며, 여기에서 제시되는 수업 모형 이외의 다른 수업 모형을 활용할 수도 있다.

(2) 수학과 수업 모형 예시

(가) 개념 학습 모형

개념이란, 다양한 사실이나 현상들을 공통 성질에 따라 범주화한 것이라고 할 수 있다. 개념을 지도하기 위한 수업 모형에는 개념 형성 모형, 속성 모형, 원형 모형, 상황 모형 등의 여러 가지 모형이 존재한다. 여기에서는 대표적으로 개념 형성 모형과 속성 모형을 살펴보기로 한다. 모든 수학 개념을 한 가지 수업 모형만으로 지도하는 것은 적절하지 않다. 단위 수업 시간에 다루고자 하는 개념의 특징에 따라 적절한 수업 모형을 선택하고 재구성하여 활용하는 것이 바람직하다.

① 개념 형성 모형

스کم프(Skemp, 1989)는 개념을 공통 성질에 대한 상징적 표현으로 규정하면서, 개념을 형성하는 대표적인 조작으로 분류와 추상화를 제안하였다. 분류는 다양한 사실들을 공통 성질에 근거하여 모으는 활동이며, 추상화는 공통 성질을 명확하게 인식하는 활동이다. 개념 형성은 다루고자 하는 대상들을 분류하고 공통 성질을 추상화하는 정신 작용이다.

스کم프는 학생들에게 수학적 개념에 대한 적절한 범례, 즉 정례(example)와 비례(non-example)를 제시하고, 공통적인 성질을 추상화하여 개념을 형성하도록 하는 것이 효과적이라고 주장하였다. 의미 있는 수학적 개념 형성을 위해서는 단지 개념의 언어적 정의만을 학습하는 것으로는 부족하다. 학생들은 범례의 분류 및 공통 성질의 추상화 활동을 통해 보다 명확하게 개념을 형성해야 한다(교육인적자원부, 2005).

범례를 제시할 때는 주어진 개념의 속성이 포함된 정례(example)와 그렇지 않은 비례(non-example)를 적절하게 혼합하여 제시하는 것이 바람직하다. 예를 들어, 학생들에게 삼각형이라는 개념을 지도하고자 할 때, 삼각형인 예(정례)와 삼각형이 아닌 예(비례)를 함께 제시하여 학생들이 삼각형인 예와 그렇지 않은 예를 분류하고, 삼각형인 예의 공통 성질을 추상화하여 삼각형이란 세 변으로 둘러싸인 도형임을 개념화하도록 해야 한다.

수학과의 개념 형성 모형은 대체로 다음과 같은 절차로 진행할 수 있다.

<표 1> 개념 형성 모형

단계	교수·학습 활동
도입	○ 선수 학습 상기 및 동기 유발 ○ 학습 목표 확인
범례 제시 및 범례 분류하기	○ 개념의 정의에 필요한 범례(정례와 비례)를 제시한다. ○ 조작, 관찰 등에 의해 범례를 여러 가지 속성에 따라 분류한다. ○ 분류된 예들의 공통 성질을 암묵적으로 생각한다.
공통의 성질 추상화하기	○ 분류된 예들의 공통된 성질을 명확하게 설명한다. ○ 분류된 예들의 공통 성질을 추상화한다.
개념 정의하기	○ 추상화한 공통 성질을 활용하여 수학적 용어와 기호로 개념을 정의한다.
개념의 속성 조사하기	○ 정의한 개념의 결정적 속성과 비결정적 속성을 조사한다.
개념 익히기	○ 개념을 익히고 새로운 상황에 개념을 적용한다.
정리 및 평가	○ 학습 내용 정리 및 형성 평가 ○ 차시 예고

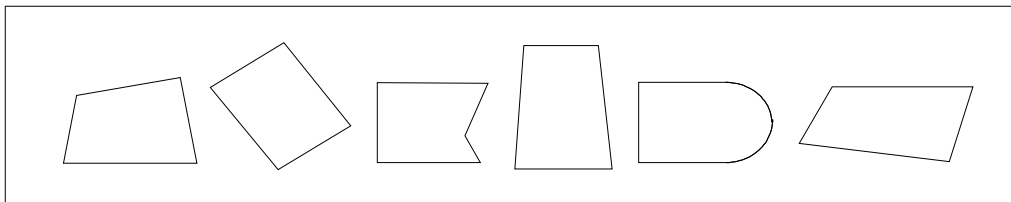
예를 들어, 2학년 1학기 도형 영역에서 사각형 개념을 지도하는 경우, 다음과 같이 개념 형성 수업 모형을 적용할 수 있다.

도입

학생들에게 선수 학습 내용을 상기하도록 하고 학생들의 동기를 유발하고 학습 목표를 제시한다.

범례 제시 및 범례 분류하기

다음 그림과 같이 사각형의 예인 것(정례)과 사각형의 예가 아닌 것(비례)을 다양하게 제시한다. 정례와 비례는 지도하고자 하는 사각형 개념의 특성이 잘 드러나도록 신중하게 제시할 필요가 있다. 또한 정례를 비례보다 많이 제시하는 것이 효과적이며, 이전에 학습한 도형 개념을 고려하여 정례와 비례를 선택해야 한다.



범례를 제시한 다음에는 학생들에게 제시된 범례(정례와 비례)를 공통의 성질을 갖는 것끼리 분류하도록 한다. 이러한 분류 과정에서 학생들은 사각형의 공통 성질을 암묵적으로 생각하게 된다.

공통의 성질 추상화하기

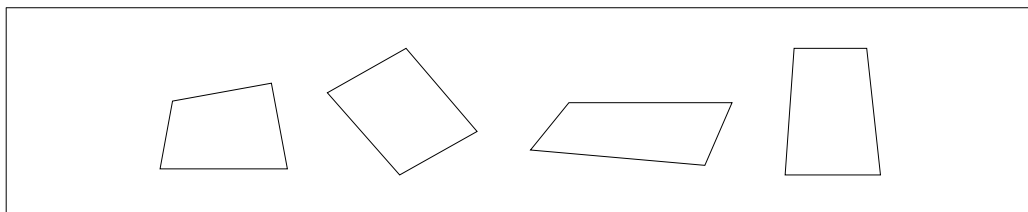
학생들에게 분류된 정리의 공통 성질을 명확하게 설명하고 공통 성질을 추상화하도록 한다. 학생들은 ‘네 선분으로 되어 있음’, ‘예리한(각진) 부분이 4군데 있음’ 등의 공통 성질을 말할 것이다.

개념 정의하기

학생들이 추상화한 여러 가지 공통 성질 중에서 정의에 해당하는 성질인 ‘네 선분으로 둘러싸여 있다’를 이용하여 사각형이라는 개념을 정의(약속)한다.

개념의 속성(성질) 조사하기

다음 그림과 같은 다양한 사각형을 제시하고, 학생들이 사각형 개념의 결정적 속성(성질)과 비결정적 속성(성질)을 조사하도록 한다. 결정적 속성이란 사각형 개념이 다른 개념과 구별되는 가장 중요한 속성을 말하며, 비결정적 속성은 덜 중요한 속성을 말한다. 사각형 개념의 결정적 속성에는 변이 4개, 꼭짓점이 4개 등이 있으며, 비결정적 속성에는 변의 길이가 길고 짧음, 각의 크기가 크고 작음, 사각형이 수평으로 위치해야 함, 사각형이 옆으로 길어야 함 등이 있다. 학생들이 사각형의 결정적 속성을 찾기 어려워 할 때는, 학생들에게 다양한 사각형을 제시하고 각각의 사각형에서 변과 꼭짓점의 개수를 세어 보게 한다. 이를 바탕으로 학생들이 사각형은 변이 4개이며, 꼭짓점이 4개인 도형이라는 것을 이해하도록 한다.



개념 익히기

개념 익히기 단계에서는 예를 들어, 모눈종이에 다양한 사각형을 그리도록 하고, 색종이, 점판, 칠교판, 모양 조각 등을 활용하여 다양한 모양의 사각형을 만들어 보도록 하고, 주변에서 사각형 모양의 물건들을 찾도록 한다. 또한, 여러 가지 도형을 제시하고 사각형을 찾고 그 이유를 설명하도록 함으로써, 사각형의 정의와 성질을 다시 한 번 상기하도록 한다.

정리 및 평가

학습 내용을 정리하고 평가를 실시하고 차시 수업 내용을 예고한다.

② 속성 모형

속성 모형은 개념 학습 모형에서 가장 고전적인 모형으로서, 개념을 가르칠 때 예보다는

개념이 가지고 있는 속성(성질)을 중심으로 가르치는 전통적인 방법이다. 속성 모형은 1970년대까지 개념 학습 모형의 주류를 이루었다. 그러나 개념 학습의 본질에 대한 논쟁 이후 속성 모형의 한계가 밝혀지면서 원형 모형, 상황 모형, 개념 형성 모형 등의 다양한 개념 학습 모형이 등장하게 되었다.

속성 모형에서는 개념이 어떤 속성을 가지고 형성되는 것이므로 그 속성을 이해하는 것이 중요하다. 속성 모형은 학습할 개념에 대한 정의를 먼저 제시한 다음 그 개념의 예와 속성을 조사하는 절차로 진행된다. 앞에서 살펴본 개념 형성 모형은 범례를 제시하고 분류와 추상화 활동을 통해 학생들이 개념의 성질을 발견하고 그 성질을 가지고 개념을 정의하는 데 초점을 둔다면, 속성 모형에서는 학생들에게 개념에 대한 정의를 먼저 제시한 후 그 개념의 예와 속성을 조사하는 것에 초점을 둔다.

수학과에서의 속성 모형은 대체로 다음과 같은 절차로 진행할 수 있다. <표 2>에 제시된 속성 모형의 절차는, 일반적인 수업 모형으로서의 속성 모형(윤기옥 외, 2002; 교육인적자원부, 2005)을 초등학교 수학과에 적합하도록 변형한 것이다.

<표 2> 속성 모형의 수업 절차

단계	교수·학습 활동
도입	○ 선수 학습 상기 및 동기 유발 ○ 학습 목표 확인
개념의 정의	○ 학생들이 학습할 개념을 정의한다.
정례와 비례의 구분	○ 정의한 개념의 속성에 맞는 예(정례)와 예가 아닌 것(비례)을 구분한다.
개념의 속성 조사하기	○ 정의한 개념의 결정적 속성과 비결정적 속성을 조사한다.
개념 익히기	○ 개념을 익히고 새로운 상황에 개념을 적용한다.
정리 및 평가	○ 학습 내용 정리 및 형성 평가 ○ 차시 예고

예를 들어 4학년에서 평행사변형을 지도할 때 속성 모형을 활용하고자 한다면 다음과 같은 절차로 수업을 진행할 수 있다.

도입

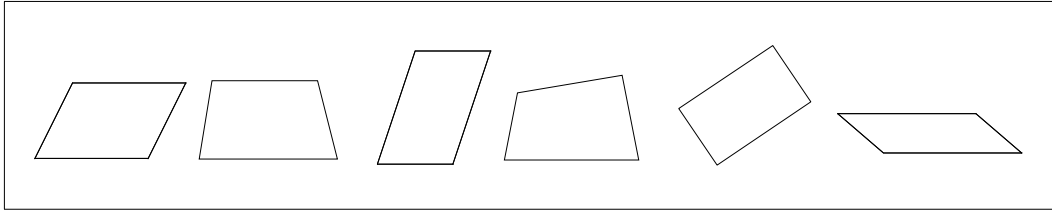
학생들에게 선수 학습 내용을 상기하도록 하고 학생들의 동기를 유발하고 학습 목표를 제시한다.

개념의 정의

평행사변형은 ‘두 쌍의 대변이 서로 평행인 사각형’임을 정의한다.

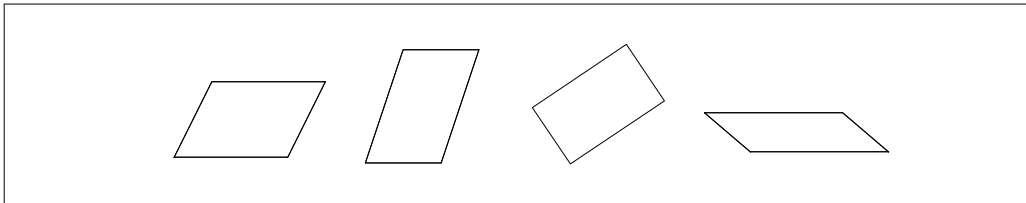
정례와 비례의 구분

다음 그림과 같이 다양한 사각형을 제시하고 평행사변형의 정례와 비례를 구분하도록 지도한다.



개념의 속성 조사하기

정례와 비례의 구분 단계에서 정례로 분류한 평행사변형을 활용하여 학생들이 평행사변형 개념의 결정적 속성과 비결정적 속성을 조사하도록 지도한다. 평행사변형 개념의 결정적 속성에는 두 쌍의 대변이 서로 평행, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같음, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음 등이 있으며, 비결정적 속성에는 변의 길이가 길고 짧음, 각의 크기가 크고 작음, 평행사변형이 수평으로 위치해야 함, 평행사변형이 옆으로 길어야 함 등이 있다.



개념 익히기

개념 익히기 단계에서는 예를 들어, 모눈종이에 다양한 평행사변형을 그리도록 하고, 색종이, 점판, 칠교판, 모양 조각 등을 활용하여 다양한 모양의 평행사변형을 만들어 보도록 하고, 주변에서 평행사변형 모양의 물건들을 찾도록 한다. 또한, 여러 가지 도형을 제시하고 평행사변형을 찾고 그 이유를 설명하도록 함으로써, 평행사변형의 정의와 성질을 다시 한번 상기하도록 한다.

정리 및 평가

학습 내용을 정리하고 평가를 실시하고 차시 수업 내용을 예고한다.

(나) 원리 탐구 수업 모형

수학적 원리의 이해를 위해서는 개념적 지식이 체계적으로 형성되어야 하며, 절차적 지식은 수학적 원리의 이해가 뒷받침될 때에 더욱 의미 충실한 지식이 된다.

수학과의 원리 탐구 수업 모형은 대체로 다음과 같은 절차로 진행할 수 있다.

<표 3> 원리 탐구 수업 모형

단계	교수·학습 활동
도입	○ 선수 학습 상기 및 동기 유발 ○ 학습 목표 확인
새로운 문제 상황 제시	○ 새로운 문제 상황을 제시함으로써 학생들의 인지적 갈등 상황을 유도한다.
수학적 원리의 필요성 인식	○ 이전에 습득한 지식을 활용하여 문제해결 방법을 탐색함으로써 일반적인 수학적 원리의 필요성을 인식한다.
수학적 원리가 내재된 조작 활동	○ 학습해야 할 수학적 원리가 내재되어 있는 조작 활동을 한다.
수학적 원리의 형식화	○ 수학적 원리를 형식화한다.
익히기 및 적용하기	○ 형식화한 수학적 원리를 익히고 적용한다.
정리 및 평가	○ 학습 내용 정리 및 형성 평가 ○ 차시 예고

예를 들어, 2학년 1학기의 2단원 ‘덧셈과 뺄셈(1)’에서 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)의 계산 방법을 지도하는 경우(교과서 22~23쪽), 다음과 같이 원리 탐구 모형을 적용할 수 있다.

 도입

학생들에게 선수 학습 내용을 상기하도록 하고 학생들의 동기를 유발하고 학습 목표를 제시한다.

 새로운 문제 상황 제시

[활동 1]에서는 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)의 계산, 즉 $17+5$ 의 계산이 필요한 생활 장면을 제시하고 있다. 이는 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)의 계산이 필요한 새로운 문제 상황을 제시함으로써 학생들의 인지적 갈등 상황을 유발하기 위한 것이다.

 수학적 원리의 필요성 인식

[활동 1]에서는 이어서 $17+5$ 가 얼마인지를 여러 가지 방법으로 알아보게 한다. 즉, $17+5$ 를 18, 19, 20, 21, 22로 이어세기 하여 22라는 답을 구하거나, 7과 5를 먼저 더해서 12를 구한 다음 10을 더해서 22라는 답을 구하는 등의 여러 가지 방법을 생각하게 한다. 이는 이전의 수학 지식을 이용하여 문제를 다소간은 비효율적으로 해결함으로써 일반적인 수학적 원리의 필요성을 인식하도록 하기 위한 것이다.

수학적 원리가 내재된 조작 활동

[활동 2]에서는 일반적인 수학적 원리를 이끌어내는 것을 목적으로 한다. 먼저, 학습할 원리가 내재된 조작 활동으로서, 수 모형을 가지고 받아올림이 이루어지는 장면을 실제로 경험하게 함으로써 계산 원리를 이해하는 데에 도움을 준다.

수학적 원리의 형식화

다음으로, $37+6$ 의 계산을 세로 형식으로 써 보게 하고 받아올림을 처리하는 수학적 원리를 형식화한다.

익히기 및 적용하기

익히기 및 적용하기는 2학년 1학기 익힘책 22~24쪽에서 이루어진다. 익힘책 22쪽에서는 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수) 계산 방법에 내재되어 있는 수학적 원리에 대한 이해를 돕기 위하여, 다시 한 번 수학적 원리가 내재되어 있는 다양한 조작 활동을 통해 답을 구하는 활동을 한다. 익힘책 23쪽에서는 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)의 계산 방법을 숙달할 수 있도록 연습 문제를 제시하고, 익힘책 24쪽에서는 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수) 계산이 적용되는 문장제 해결을 통하여 계산 방법의 적용 능력을 기르게 한다.

정리 및 평가

학습 내용을 정리하고 평가를 실시하고 차시 수업 내용을 예고한다.

(다) 귀납 추론 수업 모형

귀납적 추론은 실험, 측정, 관찰, 구체적 조작 등을 통하여 몇 가지 사례에 대해 어떤 수학적 성질이 성립함을 보인 다음에, 이 사례들이 속한 전체 범주의 대상들에 대해 그 수학적 성질이 참임을 주장하는 추론 방식이다. 즉, 부분적이거나 특수한 사실로부터 전체적이고 일반적인 법칙을 이끌어내는 추론 방식이다. 연역적 추론은 정의, 공리, 공준, 이미 참이라고 알려진 성질 등을 이용하여 새로운 수학적 원리나 법칙이 참임을 주장하는 추론 방식이다.

예를 들어, 초등학교에서 삼각형의 내각의 합이 180° 임을 설명할 때, 서로 다른 모양의 삼각형 세 개를 제시하고, 각각의 삼각형에 대해 내각의 크기를 각도기로 측정하여 그 합을 구해서 내각의 합이 180° 임을 확인하게 한다. 그런 다음에 일반적으로 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 라고 설명한다. 다시 말해, 세 개의 삼각형에 대해 내각의 합이 180° 임을 확인하고 그 세 개의 삼각형이 속한 전체 삼각형에 대해 내각의 합이 180° 임을 설명하는데, 이와 같은 추론 방식이 바로 귀납적 추론이다.

반면에, 사각형의 내각의 합이 360° 임을 설명할 때는, 임의의 사각형을 제시한 후 그 사

각형을 두개의 삼각형으로 분해하고 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 사각형의 내각의 합은 $2 \times 180^\circ = 360^\circ$ 라고 설명한다. 이와 같은 방식은, 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 라는 수학적으로 참인 성질을 이용하여 사각형의 내각의 합은 360° 라고 설명하고 있으므로 연역적 추론이라고 할 수 있다. 한편, 초등학교에서 다루는 연역적 추론은 중학교에서 본격적으로 다루는 연역적 추론인 증명에 비해 매우 간단한 수준이다.

초등학교에서 다루는 대부분의 수학적 원리나 법칙은 귀납적 추론을 통해 설명된다. 수학과에서 귀납 추론 모형은, 몇 가지 사례에 대한 조사를 토대로 일반적인 수학적 법칙이나 공식이 성립함을 이끌어내는 수업에서 효과적으로 사용될 수 있다. 초등학교 수학과에서 귀납 추론 수업 모형은 대체로 다음과 같은 절차로 진행될 수 있다. <표 4>에 제시된 속성 모형의 절차는 윤기옥 외(2002), 교육인적자원부(2005)에 제시된 것을 초등학교 수학과에 적합하도록 변형한 것이다.

<표 4> 귀납적 추론 모형

단계	교수·학습 활동
도입	○ 선수 학습 상기 및 동기 유발 ○ 학습 문제 제시하기 (학습 목표 확인)
관찰 및 실험	○ 문제의 조건 파악하기 ○ 문제의 조건에 맞는 사례 수집하기 ○ 수집된 사례를 관찰하고 실험하고 조작적으로 다루기
추측하기	○ 사례의 공통 규칙과 성질 발견하고 추측하기 ○ 추측한 공통 규칙과 성질을 수학적 식 또는 간결한 용어로 표현하기
추측의 검증	○ 다른 사례로 추측을 확인하고 검증하기 ○ 검증된 추측을 일반화하여 수학적 성질이나 공식으로 형식화하기 ○ 추측의 반례를 찾았을 경우, 관찰 및 실험 단계로 돌아가기
발전	○ 형식화한 수학적 성질이나 공식을 적용하기 ○ 추측을 연역적으로 정당화하기 (※ 초등학교 수준에서 연역적 정당화가 가능하지 않은 경우에는 생략 가능함) ○ 새로운 추측 만들고 검증하기 (※ 생략 가능함)
정리 및 평가	○ 학습 내용 정리 및 형성 평가 ○ 차시 예고

예를 들어, 4학년에서 직사각형의 넓이를 구하는 공식이 ‘가로 길이×세로 길이’임을 지도하는 경우 귀납적 추론 모형을 효과적으로 활용할 수 있다. 직사각형의 넓이 구하기 공식은 이후의 정사각형, 삼각형, 평행사변형, 사다리꼴, 마름모 등의 넓이를 구하는 공식에서 기본 토대가 되므로, 학생들은 직사각형의 넓이 구하는 공식이 성립하는 이유를 의미 있게 이해할 필요가 있다. 이와 같이 도형의 넓이 구하는 공식을 아는 것뿐만 아니라 그 공식이 왜 성립하는지 이유까지도 이해하는 것이 바로 스킴프(Skemp)가 강조하는 관계적 이해라고 할 수 있다. 반면 공식이 성립하는 이유와 과정은 모르는 채 단지 공식을 암기하여 문제해결에 적용하는 것은 도구적 이해이다.

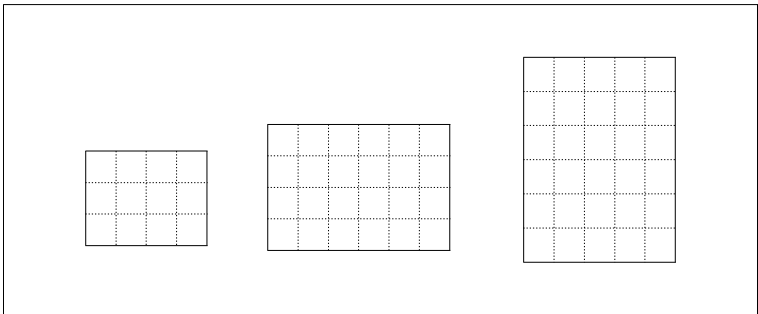
4학년에서 직사각형의 넓이 구하는 공식을 귀납적 추론 모형을 활용하여 지도할 경우 다음과 같이 수업을 진행할 수 있다.

 도입

학생들에게 선수 학습 내용을 상기하고 학생들의 동기를 유발한다. 수업에서 다룰 문제로서 ‘직사각형의 넓이 구하기’를 학생들에게 제시한다.

 관찰 및 실험

학생들에게 다양한 크기의 직사각형을 모눈종이에 제시하고 이 직사각형의 넓이를 구하도록 한다. 예를 들어, 다음의 그림처럼 가로와 세로의 길이가 각각 [4cm, 3cm], [6cm, 4cm], [5cm, 6cm]인 직사각형을 모눈종이에 제시하고 이 직사각형의 넓이를 구하도록 한다. 이 때, 학생들이 도형의 넓이의 단위인 1cm^2 와 1cm^2 는 단위 정사각형(한 변의 길이가 1cm인 정사각형)의 넓이임을 상기하도록 한다. 또한 도형의 넓이는 도형 안에 단위 정사각형이 몇 번 포함되어 있는가를 세는 것임을 상기하도록 한다.



학생들이 직사각형 안에 포함되어 있는 단위 정사각형의 개수를 세는 활동을 통하여 넓이가 각각 12, 24, 30임을 구하도록 한다.

 추측하기

교사는 학생들에게 각각의 직사각형의 넓이 12, 24, 30을 어떻게 구했는가를 질문한다. 직사각형의 넓이를 다음과 같이 표로 정리한 후 학생들에게 직사각형의 넓이를 구하는 방법을 추측하도록 한다. 다음과 같은 표의 “?” 자리에 무엇을 써야 할까를 고민하도록 지도한다.

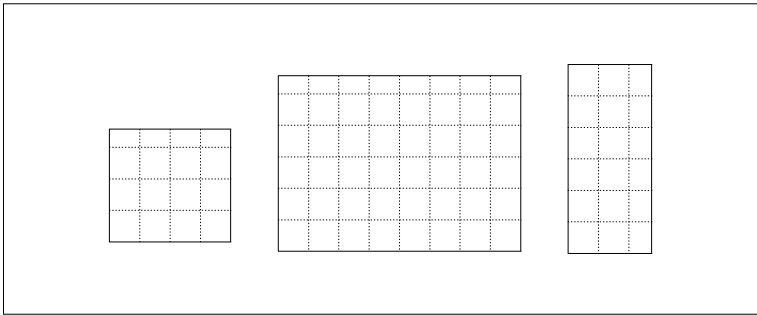
직사각형의 가로	4	6	5	‘
직사각형의 세로	3	4	6	△
직사각형의 넓이 (단위 정사각형의 개수)	12	24	30	?

학생들은 직사각형의 넓이 구하는 방법으로서 (가로 길이)×(세로 길이)를 추측할 것이다. 이제 교사는 학생들이 잘 추측했다고 언급하면서, 그런 추측을 어떻게 하게 되었는가를 학생들이 설명하도록 한다. 어떤 학생은, 직사각형의 넓이를 구하기 위해서는 그 안에 포함되어 있는 단위 정사각형의 개수를 모두 세어야 하는데, ‘가로에 있는 단위 정사각형의 개수× 세로에 놓여 있는 단위 정사각형의 개수’가 바로 정사각형의 총 개수가 되므로 직사각형의 넓이는 (가로의 길이)×(세로의 길이)가 된다고 대답할 것이다.



추측의 검증

교사는 위에서 조사한 직사각형들의 가로와 세로의 길이가 자연수임을 언급하면서 가로의 길이와 세로의 길이가 자연수가 아닌 경우에는 어떻게 될 것인가를 발문하면서 학생들의 인지적 갈등을 유발한다. 교사는 학생들에게 가로의 길이와 세로의 길이가 자연수가 아닌 경우에도 위의 추측이 성립하는가를 검증하도록 한다. 교사는 (가로의 길이)×(세로의 길이)가 자연수가 되는 직사각형을 제시하여 추측을 검증하도록 지도한다. 예를 들어, 다음과 같이 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 [4cm, 3.5cm], [8cm, 5.5cm], [2.5cm, 6cm]와 같은 직사각형을 제시하고 이 직사각형의 넓이를 구하도록 한다.



학생들은 위에 제시된 직사각형에 대하여 직사각형에 포함되는 있는 단위 정사각형의 개수를 셀 것이다. 이 경우에는 넓이가 0.5cm인 직사각형(단위 정사각형의 $\frac{1}{2}$ 의 넓이를 갖는 직사각형)이 나오게 되는데, 이 직사각형들을 2개씩 합쳐서 단위 정사각형 1개를 만들어 개수를 세도록 한다. 단위 정사각형의 개수를 직접 세어서 나온 결과를 다음과 같은 표에 적고, 그 결과가 (가로의 길이)×(세로의 길이)와 같은가를 검증하게 한다.

직사각형의 가로	4	8	2.5	■
직사각형의 세로	3.5	5.5	6	▲
직사각형의 넓이 (단위 정사각형의 개수)	14	44	15	
가로×세로	14=4×3.5 (?)	44=8×5.5 (?)	15=2.5×6 (?)	■×▲ (?)



발전

교사는 직사각형의 넓이 구하는 공식이 (가로 길이)×(세로 길이)임을 정리한다. 또한 직사각형의 넓이 구하는 공식이 수학에서 왜 필요한가를 학생들이 생각해 보도록 하고, 그 이유를 설명해 준다. 즉, 교사는 도형의 넓이를 구하기 위해서는 도형에 포함되어 있는 단위 정사각형의 개수가 모두 몇 개인가를 알아야 하는데, 매번 단위 정사각형의 개수를 세는 일이 번거롭고 비효율적이므로 넓이 구하는 공식이 필요함을 학생들이 인식하도록 지도한다. 예를 들어, 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 [4.2cm, 5.5cm], [3cm, 4.7cm], [2.5cm, 3.4cm] 등과 같은 직사각형에 포함되어 있는 단위 정사각형의 개수를 세는 것은 매우 어려운 일임을 설명한다.

다음으로 교사는 직사각형의 넓이 구하는 공식에서 그 공식뿐만 아니라 그 공식이 왜 성립하는가를 설명할 수 있는 것이 공식을 진정으로 이해하는 것임을 강조한다. 단순히 공식만을 외워서 숫자를 그 공식에 대입하여 넓이를 구하는 것은 부족한 수학적 능력임을 언급한다.

마지막으로 교사는 학생들에게 다양한 크기의 직사각형을 제시하고, 학습한 공식을 적용하여 직사각형의 넓이를 구하도록 지도한다. 이 때, 직사각형의 넓이를 구하기 위해 필요한 가로의 세로의 길이를 학생들이 직접 자로 측정해서 (또는 모눈종이에서 모눈의 칸을 세어서 가로와 세로의 길이를 구해서) 넓이를 구하는 활동도 제공하는 것이 바람직하다.

정리 및 평가

학습 내용을 정리하고 평가를 실시하고 차시 수업 내용을 예고한다.

(라) 문제해결 수업 모형

응용 가능한 진정한 지식은 문제를 해결하는 경험으로부터 비롯된다고 할 수 있다. 문제 해결은 문제를 해결하는 과정에서 기초적인 수학적 지식이나 기능을 보다 확실히 이해할 수 있으며, 의사소통 능력, 비판적 사고 능력, 창의적 사고 능력 등과 같은 고등 정신 능력을 신장할 수 있다는 데에 그 의미가 있다. 또한 문제해결을 통해 지식의 단순 암기와 단순 적용, 알고리즘의 반복 연습에서 탈피하여 수학을 진정으로 행하는 활동을 경험할 수 있다.

문제해결 교육은 폴리아(Polya, 1957)에 의해 체계화되었다. 폴리아는 지식을 ‘정보적 지식(knowing that)’과 ‘방법적 지식(knowing how)’으로 구분하면서, 수학교육에서 정보적 지식과 더불어 방법적 지식을 강조해야 한다고 주장하였다. 여기에서, 정보적 지식은 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 무엇인가를, 즉 정보를 아는 것을 말한다. 방법적 지식은 이미 습득한 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 활용하여 어떻게 진행할 것인가에 대한 지식을 의미한다. 다시 말해서, 방법적 지식이란 문제를 해결하기 위해서 어떻게 진행할 것인지, 어떻게 증명을 하고 논쟁을 비판할 것인지, 어떻게 수학적 언어를 유창하게 구사할 것인지 등과 관련된 지식이다. 문제해결은 이와 같은 방법적 지식을 지도할 수 있는 대표적인 영역이라고 할 수 있다.

폴리아는 수학적 문제해결의 과정을 문제의 이해, 해결 계획의 수립, 해결 계획의 실행,

반성의 네 단계로 나누고, 각 단계에서의 효과적인 사고를 위한 발문과 권고를 제시하였다. 문제해결의 4단계는, 학생들이 이해하고(SEE), 계획하고(PLAN), 실행하고(DO), 반성(CHECK)할 수 있도록 지도하는 것에 초점을 맞추고 있다.

문제해결의 4단계의 각 단계는 목표에 도달할 수 있도록 이끌기 때문에, 학생들이 문제를 잘 해결해 나갈 수 있도록 도와주는 일종의 안내자의 역할을 한다. 교사의 입장에서 보면, 어떤 학생이 문제를 해결하는 과정에서 어려움을 겪고 있을 때, 그 학생이 문제해결의 4단계 중에서 어떤 단계에서 어려움을 겪고 있는가를 파악하여 그에 적절한 발문을 제시하는 것이 중요하다.

폴리아는 문제해결의 각 단계에 적절한 발문을 다음과 같이 제시하였다.

[문제의 이해] 문제를 이해하여야 한다.

- 미지수인 것은 무엇인가? 자료는 무엇인가? 조건은 무엇인가?
- 조건은 만족될 수 있는가? 조건은 미지인 것을 결정하기에 충분한가?
- 조건은 불충분한가, 또는 과다한가, 또는 모순되는가?
- 그림을 그려 보아라. 적절한 기호를 붙여라.
- 조건을 여러 부분으로 분해하여라.

[해결 계획의 수립] 문제를 해결하기 위한 계획을 작성하여라.

- 전에 그러한 문제를 본 일이 있는가?
- 약간 다른 형태의 문제라도 본 일이 있는가?
- 관련된 문제를 알고 있는가? 유용하게 쓰일 수 있는 정리를 알고 있는가?
- 미지의 것을 살펴보아라. 친숙한 문제 중에서 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라.
- 자료와 미지인 것 사이의 관계를 찾아보아라. 즉각적으로 그러한 관계를 발견할 수 없다면 보조 문제를 고려하여라.
- 전에 풀어 본 문제 중에서 관련된 문제가 있구나! 그것을 활용할 수 있을까? 그 결과를 활용할 수 있을까, 그 방법을 활용할 수 있을까? 어떤 보조 요소를 도입하면 그것을 활용할 수 있을까?
- 문제를 달리 진술할 수 있을까? 좀 더 다르게 진술할 수 있을까? 정의로 되돌아가 보자.
- 만일 제기된 문제를 풀 수 없다면, 먼저 어느 정도 그와 관련된 문제를 풀어 보아라.
- 보다 접근하기 쉬우면서 관련된 문제를 생각해 낼 수 있는가? 보다 일반적인 문제는? 문제를 부분적으로 풀 수 있는가?
- 자료중의 일부분만 남기고, 다른 것을 버려 보아라. 그랬을 때, 미지인 것은 어느 정도 정해지는가? 자료로부터 무언가 유용한 것을 이끌어 낼 수 있을까? 미지인 것을 결정하는데 적절한 다른 자료를 생각해 볼 수 있을까?
- 자료는 모두 사용했는가? 조건은 모두 다 사용했는가? 문제에 포함된 핵심적인 개념은 모

두 고려했는가?

[해결 계획의 실행] 계획을 실행하여라.

- 계획을 실행하고 매 단계를 점검하여라. 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가?, 그것이 옳다는 것을 증명할 수 있는가?

[반성] 얻어진 풀이를 점검하여라.

- 결과를 점검할 수 있는가? 논증 과정을 점검할 수 있는가?
- 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는가? 그것을 한눈에 알 수 있는가?
- 결과나 문제해결 방법을 다른 문제에 활용할 수 있는가?

수학과의 문제해결 수업 모형은 폴리아의 문제해결 단계를 따라 ‘도입→문제의 이해→해결 계획 세우기→해결 계획의 실행→반성→정리 및 평가’와 같이 진행될 수 있다.

<표 5> 문제해결 수업 모형[1]

단계	교수·학습 활동
도입	○ 선수 학습 상기 및 동기 유발 ○ 해결해야 할 문제 제시하기
문제의 이해	○ 문제의 이해 ○ 문제에서 구하려는 것과 주어진 것 알기 ○ 문제에 제시된 수학적 용어의 의미 파악하기
해결 계획 세우기	○ 전에 풀어본 경험이 있는 문제인가? ○ 문제해결 방법 생각하기 ○ 문제에서 주어진 것과 구하려는 것 사이의 관계 파악하기 ○ 여러 가지 문제해결 전략 생각하기: 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기, 거꾸로 풀기, 규칙 찾기, 예상과 확인, 표 만들기, 단순화하기, 논리적 추론 ○ 주어진 것과 구하려는 것 사이의 관련성을 즉각적으로 알 수 없을 때에는 보조 문제 고려하기
해결 계획의 실행	○ 해결 계획 실행하기
반성	○ 문제해결 과정 검토하기 ○ 다른 해결 방법 탐색하기 ○ 문제해결 과정과 결과를 논의하여 더 나은 문제해결 방법 탐색하기 ○ 문제해결 방법을 일반화하기 ○ 조건을 변경하여 새로운 문제 만들기
정리 및 평가	○ 학습 내용 정리 및 형성 평가 ○ 차시 예고

예를 들어, 5학년 1학기의 ‘규칙성과 문제해결’ 영역에서 여러 가지 방법으로 문제를 푸는 방법을 지도하는 경우, 다음과 같이 문제해결 수업 모형을 적용할 수 있다.



도입

학생들에게 선수 학습 내용을 상기하도록 하고 학생들의 동기를 유발하고 수업에서 해결해야 할 문제를 제시한다.

문제의 이해

문제의 이해 단계에서는 문제를 읽고 문제에서 무엇을 요구하는지, 그리고 문제에 주어진 자료와 조건은 무엇인지 등에 대하여 생각하게 한다. 문제에 제시된 수학적 용어의 의미를 파악하는 것도 중요하다.

해결 계획 세우기

해결 계획 세우기 단계에서는 문제의 해결 방법을 생각하게 한다. 이전에 이 문제를 풀어본 경험이 있는지, 이 문제와 유사한 문제를 풀어본 경험이 있는지, 이 문제와 관련된 다른 문제를 풀어본 경험이 있는지 등을 생각하게 한다. 또한 여러 가지 문제해결 전략을 생각하게 하고, 이 문제에 적용할 수 있는 수학적 성질이나 원리를 생각하게 한다.

해결 계획의 실행

해결 계획의 실행 단계에서는 해결 계획을 실행하도록 한다. 이때 풀이의 매 단계가 옳게 이루어졌는지 확인하면서 답을 구하도록 한다.

반성

반성 단계에서는 문제해결 과정을 검토하고 다른 해결 방법이나 더 좋은 해결 방법을 탐색하게 한다. 문제해결의 과정과 결과를 다른 문제에 어떻게 활용할 수 있는가에 대해 생각하게 한다. 또한 주어진 문제의 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기 활동을 할 수도 있다.

반성 단계는 문제해결 수업 모형에서 가장 중요한 단계라고 할 수 있다. 초등학교 1~3학년에서는 다루는 수학적 지식의 양과 깊이가 적기 때문에, 반성 단계에서 문제해결의 결과가 문제에서 요구하는 답과 일치하는지, 의미 있는 답이 될 수 있는지 등을 확인하는 활동을 할 수 있다. 4~6학년에서는 반성 단계에서 문제해결 과정의 설명 및 타당성 검토, 여러 가지 문제해결 방법의 탐색 및 비교, 문제에 적절한 해결 방법 선택, 새로운 문제 만들기 등의 고차원적인 탐구 활동을 하는 것이 바람직하다.

정리 및 평가

학습 내용을 정리하고 평가를 실시하고 차시 수업 내용을 예고한다.

한편, 문제해결 수업 모형은 다음과 같이 교사와 학생 전체가 함께 문제를 해결한 다음 소집단이나 개인별로 문제를 해결하는 과정으로 변형될 수도 있다(윤기욱 외, 2002).

<표 6> 문제해결 수업 모형[2]

단계		교수·학습 활동
교사와 학생 전체의 문제해결	이해	○ 구해야 할 것, 주어진 것, 조건을 확인한다.
	해결 계획	○ 해결 계획을 수립한다. 이를 위해 교사가 단계적으로 필요한 발문과 권고를 제공한다.
	계획 실행	○ 수립된 계획을 실행하여 문제를 해결한다.
	반성	○ 결과를 점검하고, 다른 문제해결 방법을 찾아본다.
소집단별(개인별) 문제해결		○ 교사는 유사한 문제를 제시하여 소그룹별 또는 학생 개인별로 해결하도록 한다. ○ 소집단(학생 개인)의 문제해결 과정을 관찰하고 지도한다.
소집단별(학생) 발표 및 정리		○ 소집단별(개인별) 문제해결 과정을 설명한다. ○ 문제해결의 핵심 내용에 대해 토론한다. ○ 교사는 수업 목표와 관련하여 핵심 내용을 정리하여 제시한다.

라. 수학과 평가

평가는 학생이 특정한 수학 내용을 학습한 후에 치르는 시험 이상의 것이어야 한다. 평가는 교수·학습 개선을 위한 피드백을 제공해야 하며, 또한 의미 있는 수학 학습을 뒷받침할 수 있어야 한다. 평가는 교사가 교수학적 결정을 내릴 때 정보를 주고 안내하는 교수 활동의 필수적인 부분이어야 한다. 또한 평가는 단순히 학생들에게 실시되는 것이어서는 안 되며, 오히려 학생들을 위해 실시됨으로써 학생들의 학습을 안내하고 향상시킬 수 있어야 한다.

(1) 수학과 평가의 목적

개정 수학과 교육과정에서 강조하는 평가의 목적은 다음과 같다(교육인적자원부, 2007).

수학과 평가의 목적
수학 학습의 평가는 학생들의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제공하여 학생 개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고 교사의 교수 활동과 수업 방법을 개선하는 데에 활용한다.

평가의 목적은 교사와 학생 모두에게 유용한 정보를 제공함으로써 교수·학습 개선에 기여하는 데에 있다. 평가를 통해 나타난 학생의 성취 정도는 학생이 이미 학습한 수학 내용을 어느 정도 이해하고 있는가를 확인하는 데에 도움을 준다. 평가를 통해 학생이 이미 학습한 수학 내용 중에서 강점을 갖는 부분이 어디이며 취약한 부분이 어디인가를 확인할 수 있다. 학생은 평가 결과를 토대로 자신에게 취약한 부분으로 나타난 수학 내용의 학습에 더욱 집중할 필요성을 느끼게 된다. 또한 학생 자신이 강점을 갖는 수학 내용을 기초로 하여 더욱 고차원적인 수학 내용의 학습으로 진행할 수도 있다.

또한, 교사는 평가를 통해, 학생들이 학습의 결과로 실제로 가지고 있는 지식과 교사가 교수의 결과로 학생들이 가지고 있을 것으로 예상하는 지식 사이에 어느 정도의 거리가 존재하는

지를 확인할 수 있다. 교사가 가르치면서 의도한 지식과 학생들이 실제로 학습한 지식 사이에 많은 차이점이 존재한다는 사실은 이미 여러 연구에서 확인되었다(Brousseau, 1997). 교사는 자신이 예상하는 지식과 학생들이 실제로 가지고 있는 지식 사이의 차이점이 어디에서 연유하는지를 분석할 필요가 있다. 이와 같은 분석을 통해 평가 결과를 교사 자신의 교수 과정에 반영하는 것은 매우 중요한 일이라고 할 수 있다.

(2) 수학과 평가의 범위

개정 수학과 교육과정에서 설정하고 있는 평가의 범위는 다음과 같다.

수학과 평가의 범위
수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 수준을 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수한다.

아무리 훌륭한 평가 방식이라고 하더라도 학생의 인지 발달 수준과 교육과정의 수준을 고려하지 않는다면 그 타당성은 현저하게 떨어지게 마련이다. 학생의 인지 발달 수준을 고려한 평가를 시행하기 위해서는 이미 학생들의 인지 발달 수준을 고려하여 제시한 교육과정의 내용의 수준과 범위를 준수하는 것이 중요하다.

교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수하지 않고, 상급 학년에서 학습할 내용을 활용하여 소위 ‘어려운’ 문항을 학생들에게 제시하는 것은 바람직하지 않다. 학습한 수학 내용에 대한 학생의 심층적인 이해도를 확인하고자 한다면, 해당 학년에서 학습한 내용을 그 자체의 수준과 범위에서 더 깊게 다루는 문항을 활용해야 한다.

(3) 수학과 평가의 방법

개정 수학과 교육과정에서 강조하는 평가의 방법은 다음과 같다.

수학과 평가의 방법
• 수학 학습의 평가는 수업의 전개 과정에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등의 적절한 평가 방식을 택하여 실시하되, 지속적인 평가를 통하여 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다. • 수학 학습의 평가에서는 획일적인 방법을 지양하고 지필평가, 관찰, 면담, 자기평가 등의 다양한 평가 방법을 통해 수학 교수·학습을 향상시킬 수 있게 한다.

첫째, 진단평가는 학생의 선행 학습 내용을 확인하는 데에, 형성평가는 교수·학습을 안내하는 데에, 그리고 총괄평가는 학생의 발전 상태를 확인하는 데에 그 목적이 있다. 진단평가는 수업의 시작 단계에서, 형성평가는 수업을 진행하고 있는 과정에서, 그리고 총괄평가는 수업을 마무리한 상황에서 실시하는 것이 보통이다.

진단평가에서는 ‘해당 차시 수업을 위해 학생들이 선행적으로 필요한 기능과 지식을 가지고 있는가?’, ‘학생들은 지도되어야 할 내용에 대해 어느 정도 알고 있는가?’ 등을 평가한다. 진단평가는 학생이 이미 알고 있는 것을 확인하여, 교사가 학습을 위한 가장 효율적인 시작점에 학

생을 배치할 수 있도록 도움을 준다.

형성평가에서는 ‘학생은 해당 수업에서 성취해야 할 목표를 향해 적절하게 진행하고 있는가?’를 주로 평가한다. 형성평가는 교사가 학생들의 진행 정도나 향상 상태를 확인하고 수업을 올바른 방향으로 진행하는 데에 도움을 준다.

총괄평가는 한 시간의 수업이나 한 단원의 교수 활동에서 목표로 한 바를 학생들이 도달했는가를 결정하기 위해 수행된다. 교사는 총괄평가를 통해 ‘학생들은 해당 수업을 통해 성취해야 할 목표에 도달했는가?’, ‘학생들이 수업에서 지도한 수학 내용을 알고 이해했는가?’, ‘학생들이 수업에서 학습한 내용을 적용할 수 있는가?’, ‘학생들이 다음에 다룰 수학 내용을 학습하기에 충분히 높은 수준에 도달했는가?’ 등을 확인할 수 있다.

둘째, 지필평가는 학교 현장에서 가장 많이 활용되는 방법으로서, 교사가 종이에 평가 문항을 제시하고 학생들이 제시된 문항을 해결하는 방법이다. 지필평가 방법이 현재까지 학교 현장에서 가장 많이 활용되어 왔다는 이유로 지필평가 방법을 시대에 뒤떨어지거나 다소간은 미흡한 평가 방법으로 취급하는 것은 바람직하지 않다. 중요한 것은 지필평가 방법 그 자체가 아니라 지필평가에서 담고 있는 문항의 성격이라고 할 수 있다. 학생들의 수학적 사고 과정과 결과를 확인할 수 있는 질 높은 문항들이 지필평가에 담겨 있다면, 지필평가를 통해서도 충분히 의미 있는 평가를 수행할 수 있다. 또한 지필평가와 함께 관찰, 면담, 자기평가 등의 다양한 평가 방법을 조화롭게 활용함으로써 교수·학습과 관련된 다양한 정보를 얻는 것이 중요하다.

관찰법은 평가자가 수학적으로 사고하고 있는 개별 학생, 소집단의 학생, 또는 학급전체 학생에 대하여 관찰하면서 기록하는 방법이다. 면담법은 학생들을 직접 면담함으로써 학생들의 수학적 사고 과정에 대한 정보를 얻는 방법이다. 학생 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 확인할 수 있고, 또한 소집단별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다(황혜정 외, 2007).

자기평가는 학생이 수학을 학습하는 과정에서 자신의 발전 상황을 스스로 감독하고, 자신의 수학적 지식과 태도를 평가하는 과정이라고 할 수 있다(Kenney & Silver, 1993). 자기평가의 구체적 방법으로는 ‘학생 자신과의 대화’와 ‘학생 자신에게 질문하기’ 등이 있다. ‘학생 자신과의 대화’는 자신을 쉽게 표현하는 쓰기 활동의 일종이며, 매시간 학생 스스로 자신의 수학 지식의 이해도 및 수학에 대한 태도를 짧은 형태로 기록하여 교사에게 제출하는 것으로 일종의 개인 일지라고 할 수 있다(Burton, 1985; 최승현, 1999에서 재인용). ‘학생 자신에게 질문하기’는 수학 문제를 해결하는 동안 학생들이 자기 자신에게 질문을 함으로써 자기를 감독하는 방법이다.

(4) 인지적 영역의 평가

개정 수학과 교육과정에서 강조하는 인지적 영역의 평가는 다음과 같다.

수학과 인지적 영역의 평가
인지적 영역에 대한 평가에서는 학생들의 수학적 사고력 신장을 위하여 결과뿐만 아

니라 과정도 중시하여 평가하되, 수학의 교수·학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 강조한다.

- 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 적용하는 능력
- 수학적 표현의 의미를 이해하고 정확하게 사용하는 능력
- 수학적 지식과 기능을 활용하여 타당하게 추론하는 능력
- 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하여 해결하는 능력
- 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 능력
- 수학적 사고 과정과 결과를 합리적으로 의사소통하는 능력

인지적 영역의 평가는 학생들의 수학적 지식 및 수학적 사고 방식과 관련된 지적인 특성을 대상으로 한다. 인지적 영역에서는 학생들의 문제해결 과정과 문제해결 결과를 동시에 고려해야 한다. 문제해결의 결과만을 평가하는 것으로는 학생들이 해당 수학적 개념을 알고 있는지 그렇지 않은지 만을 확인할 수 있다. 그러나 학생들의 문제해결 과정에 대한 평가는 학생들의 오개념이 무엇이며 오개념이 어디에서 비롯되는가에 대한 구체적인 정보를 제공함으로써 교수·학습의 실질적 개선에 기여할 수 있다.

다음은 위에서 강조하는 평가 항목을 반영한 예시문항이다. 이하에서 제시되는 예시문항은 새로운 평가 방법과 새로운 유형의 평가 문항을 교사들에게 소개하고자 하는 의도를 가지고 있다. 따라서 여기에서 제시되는 새로운 평가 방법과 평가 문항만이 의미 있는 것으로 오해해서는 곤란하다. 학교 현장에서 널리 활용되고 있는 기존의 평가 방법과 평가 문항으로도 교육과정에서 추구하는 평가의 방향을 구현할 수 있다. 그러므로 기존의 평가 방법을 도외시하지 않도록 유의해야 하며, 기존의 평가 방법과 여기에서 소개되는 새로운 평가 방법을 조화롭게 활용함으로써 교육과정에서 추구하는 바람직한 수학과 평가를 구현하는 것이 중요하다.

• 예시문항 1

다음의 [예시문항 1]은 학생들의 수학적 사고의 결과뿐만 아니라 수학적 사고 과정을 중시하는 문항이며, 수학적 사고 과정과 결과를 합리적으로 의사소통할 것을 요구하는 문항이다. 이 문항은 규칙성과 문제해결 영역의 비율 개념과 관련되며 5학년을 대상으로 하는 문항이다. 학생들은 이 문항을 해결하기 위해 무게에 비해 가격이 싼 코코아를 선택하고 그 이유를 제시해야 한다. 이 문항에서 학생들은 자신이 선택한 코코아가 왜 가격이 가장 싼가에 대한 이유를 제시함으로써 학생들 스스로 자신의 수학적 사고 과정을 설명해야 한다.

예시문항 1

창민이는 코코아를 사려고 한다. 이 가게에서는 똑같은 코코아를 3가지로 다르게 포장하여 팔고 있다.

(1) 무게에 비해 가격이 싼 코코아를 사려고 한다. 어떤 코코아를 사는 것이 좋을까?

- ① 240g에 1900 원 ② 400g에 3250원 ③ 320g에 2650원



①240g에 1900원 ②400g에 3250원 ③320g에 2650원
 (2) 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오. [출처: 2003년도 국가수준 학업성취도 평가 연구(조영미 외, 2004)]

[정답]

①번을 사야 한다. 240g에 1900원인 포장, 400g에 3250원인 포장, 320g에 2650원인 포장을 1g, 10g, 40g 등을 기준으로 하여 비교할 수 있다. 예를 들어, 40g을 기준으로 비교하면 각각 대략 316.7원, 325원, 331.3원이다. 따라서 가장 값이 싼 240g에 1900원인 포장 ①을 사야 무게에 비해 가장 싼 물건을 사는 것이다.

[채점기준]

· 만점(4점)

- 가격을 무게로 나누어 비교하여 ①번이 싸다고 답한 경우. 즉 기준 무게 1g당 가격을 비교한 경우.
- 기준 무게를 10g, 40g, 80g 등으로 다양하게 정해서 비교하여 ①번이 싸다고 답한 경우.
- 이유 제시에 대한 설명은 맞지만 계산에서 실수를 한 경우.

· 부분점수(2점)

- ①번이 싸다고 답하였지만, 설명이 미흡한 경우. 예를 들어, 기준 무게에 해당되는 말이 없이 그냥 나눈다거나 단순히 계산 과정을 설명한 경우.
- ①번이 싸다고 답하였지만, 설명이 없거나 설명이 틀린 경우.

· 영점(0점)

- 비율 개념 대신에 무게나 가격의 차이를 비교하여 답한 경우.
- 비교는 시도하였지만 비율의 맥락을 무시함.
- 기타 답안.

• [예시문항 2]

다음의 [예시문항 2]는 수학적 지식과 기능을 활용하여 타당하게 추론할 것을 요구하는 문항이다. [예시문항 2]는 확률과 통계 영역의 막대그래프와 관련되며 3~4학년을 대상으로 하는 문항이다. 이 문항에서는 막대그래프에 대한 수학적 지식을 활용하여 문항에서 제시된 자료를 막대그래프로 나타내기에 부적절한 이유를 타당하게 추론하여 설명해야 한다.

예시문항 2

학생들은 환경에 관한 숙제를 하기 위해 사람들이 버리는 여러 종류의 폐기물이 분해되는 데 걸리는 시간에 대한 정보를 수집하였다.

폐기물 유형	분해 시간
바나나 껍질	1-3년
오렌지 껍질	1-3년
종이 상자	0.5년
껌	20-25년
신문	몇 일
일회용 플라스틱 컵	100년 이상

어떤 학생이 위 결과를 막대그래프로 나타내려고 한다. 막대그래프가 이러한 자료를 나타내는 데에 적합하지 않은 이유를 한 가지 제시하시오. [출처: PISA 2003 연구(이미경 외, 2004)]

[채점기준]

· 만점(4점)

- 자료에 분산이 크다는 점에 초점을 맞춘 경우.

(예) 막대그래프의 막대의 길이의 차가 너무 크게 된다.

(예) 플라스틱 컵을 나타내는 막대의 길이를 10cm로 한다면 종이 상자의 막대의 길이는 0.05cm가 된다.

- 특정 항목에 대한 자료에 변하는 양이 존재한다는 점에 초점을 맞추어 근거를 제시한 경우.

(예) 플라스틱 컵의 막대 길이를 정할 수 없다.

(예) 1~3년 또는 20~25년을 나타내는 막대를 그릴 수 없다.

· 영점(0점)

(예) 그림을 써서 나타내는 것이 더 낫다.

(예) 표에 제시된 숫자는 근사값에 불과하기 때문이다.

(5) 정의적 영역의 평가

개정 수학과 교육과정에서 강조하는 정의적 영역의 평가는 다음과 같다.

수학과 정의적 영역의 평가

정의적 영역에 대한 평가에서는 학생들의 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 학생들의 수학에 대한 바람직한 가치관이나 수학 학습에 대한 관심, 흥미, 자신감 등의 정도를 파악한다.

인지적 영역이 수학적 지식 및 수학적 사고 방식과 관련된 지적인 특성을 대상으로 한다면, 정의적 영역은 수학에 대한 전형적인 태도 및 감정 표현의 방식과 관련된 특성을 대상으로 한다. 수학에 대한 긍정적 태도나 바람직한 가치관은 수학 학습을 성공적으로 수행하여 수학에서 높은 성취를 이루는 데에 중요한 역할을 하며, 수학 교수·학습 활동에 활력을 줄 수 있다.

정의적 영역은 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학에 대한 자신감, 수학에 대한 불안, 수학의 유용성 인식, 과제집착력과 의지, 창의적 사고, 수학 수업에의 참여 등 다양한 하위 영역으로 구분할 수 있다(이미경 외, 2004). 다음의 표는 각각의 하위 영역에서 활용할 수 있는 세부 항목들이며, 학교 현장에서 이를 직접적으로 활용하는 교사는 아래의 세부 항목들을 적절히 선택하여 활용할 수 있다. 각각의 항목에 대해 교사는 ‘전혀 그렇지 않다’, ‘그렇지 않다’, ‘그렇다’, ‘매우 그렇다’와 같은 4가지 척도로 평가할 수 있으며, 목적에 맞게 척도를 다양하게 설정할 수도 있다.

정의적 영역	세부 항목
수학에 대한 흥미와 호기심	• 수학 공부하는 것을 즐거워한다. • 수학에서 배우는 것들에 대해 흥미가 있다 • 수학 수업 시간을 기다린다. • 수학에 대한 것을 읽기를 좋아한다. • 수학의 개념이나 원리를 알고 싶어 한다.
수학에 대한 자신감	• 수학 공부에 자신감을 가지고 있다. • 수학에서 좋은 성적을 받을 것이라고 생각한다. • 수학에서 어려운 내용까지도 잘 이해할 수 있다. • 수학을 가장 잘하는 과목 중의 하나로 생각한다.
수학에 대한 불안	• 수학 수업이 어려울까봐 걱정한다. • 수학 성적이 나빠질까봐 걱정한다. • 수학 문제를 풀 때 긴장한다.
수학의 유용성 인식	• 수학이 우리의 생활에 많은 도움을 준다고 생각한다. • 수학이 사고력을 기르는 데 도움이 된다고 생각한다. • 수학이 나중에 공부하는 데 필요하므로 중요한 과목이라고 생각한다. • 수학이 나중에 직장 생활을 하는 데 도움이 된다고 생각한다.
과제집착력과 의지	• 수학 공부를 열심히 한다. • 수학 시간에 배운 내용을 확실히 알고 노력한다. • 수학 문제를 풀 때, 답을 구할 때까지 중단하지 않고 열심히 하려고 노력한다. • 수학 공부를 잘하기 위해 계획을 세우고 스스로 노력한다.
창의적 사고	• 다른 사람의 방법을 그대로 따라하는 것보다는 스스로 생각하고 탐구한다. • 수학 문제를 풀 때 다른 사람과는 다른 독특한 방법을 찾아보려고 한다. • 수학 문제를 풀 때 한 가지 방법으로 해결하는 것보다는 다양한 방법을 찾아보려고 한다. • 수학 문제를 풀 때 내가 알고 있는 방법 중에 어떤 것이 더 적절한지를 생각한다.
수학 수업에의 참여	• 수학 수업 시간에 모둠 활동에 적극적으로 참여한다. • 수학 수업 시간에 다른 생각을 하지 않는다. • 수학 수업 시간에 발표를 많이 한다. • 수학 문제를 풀 때 아이디어를 다른 학생들과 공유한다.

위의 항목들은 학생이 자신의 수학적 태도를 스스로 자기평가하는 데에도 활용될 수도 있다. 위의 각 항목에 대해 ‘전혀 그렇지 않다’, ‘그렇지 않다’, ‘그렇다’, ‘매우 그렇다’로 응답하여 학생 자신의 수학에 대한 흥미와 호기심을 스스로 체크해 볼 수 있다.

참고문헌

- 교육인적자원부(2005). **초등교사 교육을 위한 수학 프로그램 적용 및 확산 연구**. 교육인적자원부.
- 교육인적자원부(2006). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부.
- 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정 해설**. 교육인적자원부.
- 박영배(1996). **수학 교수 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 윤기옥, 정문성, 최영환, 강문봉, 노석구(2002). **수업 모형의 이론과 실제**. 서울: 학문출판.
- 이미경, 곽영순, 민경석, 채선희, 최성연, 최미숙, 나귀수(2004). **PISA 2003 결과 분석 연구 -수학적 소양, 읽기 소양, 과학적 소양 수준 및 배경변인 분석-**. 한국교육과정평가원.
- 조영미, 이대현, 이봉주(2004). **2003년도 국가수준 학업성취도 평가 연구 -수학-**. 한국교육과정평가원.
- 최승현(1999). 수학 교과에서의 자기평가. **학교수학**, 1(1), 123-133.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽(2007). **수학교육학신론**. 서울: 문음사.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kruwer Academic Publishers.
- Burton, G. M. (1985). Writing as a way of knowing in mathematics education class. *Arithmetic Teacher*, 33(4), 40-45.
- Dienes, Z. P.(1960). *Building Up Mathematics*. London: Hunchinson Educational.
- Kenny, P. A., & Silver, E. A. (1983). Student self-assessment in mathematics. In N. L. Webb & A. F. Coxford (Eds.), *Assessment in the mathematics classroom: 1993 Yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (1998). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1928). M. Warden(Trans.). *Judgment and Reasoning in the Child*. London: Routledge & Kegan Paul Ltd.
- Polya, G. (1957). *How to Solve it*. N.Y.: Doubleday & Company, Inc. 우정호 역 (1986), **어떻게 문제를 풀 것인가**. 천재교육.
- Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge.
- van Hiele (1986). *Structure and Insight*. Academic Publishers.

4. 수학과 교과용 도서 편찬 방향

현재 우리나라 초등 수학 교육계는 2006년 8월 29일 수학 교육과정의 수정 고시에 따라 새로운 교육과정(교육인적자원부장관 2006)의 정신을 반영한 초등학교 수학 교과용 도서를 편찬하기에 이르렀다.

우리나라의 교육과정이 학교교육에서 갖는 위상과 그 작용 방식을 고려할 때 수학 교과용 도서 편찬에 수정 고시된 수학과 교육과정이 제시하는 성격이나, 목표, 내용, 방법, 평가 등을 충실히 반영하는 방식이 되어야 함은 물론이다. 그리고 교육인적자원부가 초등학교 1, 2학년용 수학 교과용 도서 편찬과 관련하여 제시한 구체적인 방향 역시 수학 교과용 도서 편찬에 세부적으로 반영되어야 할 것이다.

이에 새로운 수학 교과용 도서 편찬의 방향과 관련된 정부 교육관련 기관의 지시 사항 반영과, 제7차 수학 교과용 도서의 사용 현장으로부터 수집된 요구 사항이나 불편 사항 등을 종합하고, 외국의 수학 교과서와 교사용 도서의 내용이나 구성 체제 등을 검토하여 금번 수학 교과용 도서 편찬을 위한 구체적인 방향을 다음과 같이 설정하였다.

가. 「수학」 교과서

(1) 편찬 방향

「수학」 교과서의 편찬 방향의 근본은 2006년 수정 고시된 ‘교육과정의 정신’을 효과적으로 구현하며, ‘교육과정의 세부 내용’을 충실히 반영하는 것으로부터 출발한다.

특히 학습자가 ‘쉽게’ 느끼고 학습할 수 있는 도서 편찬을 위하여 「수학」 교과서 집필시 학습자가 교과서를 쉽게 대할 수 있도록 내용 진술을 기본적인 목표로 하였으며, 편집 면에서는 각 페이지마다 가능한 여백을 적절히 설정하여 학습자로 하여금 쉽고 편안한 느낌으로 접근할 수 있게 하였다. 즉, 전반적으로 내용의 양과 공백을 여유롭게 배치하여 학습자가 쉽게 접근할 수 있게 함은 물론, 학습자가 나름대로 다양하게 생각할 수 있는 상상력을 유도하는 공간적 여백의 묘를 살리고자 하였다. 수학 학습의 ‘재미’를 살리기 위한 시도로는 「수학」 교과서 곳곳에 구체적이면서 재미있는 자료그림이나 만화방식의 설명을 적절히 활용하였다. 그리고 ‘학습자 중심’이란 의도는 「수학」 교과서의 내용 전개나 진술 방식을 학습자 입장에서 일관되게 진술하는 방법으로 실현코자 하였다.

‘창의력, 사고력, 탐구력’을 기르고, ‘실생활에 응용 가능한」 「수학」 교과서의 개발을 위하여 매 단위 말미에 설정해 놓은 [자유탐구] 섹션을 통해 프로젝트 수학이나 탐구 학습 등을 강조하는 방식으로 구현코자 하였다. 그리고 ‘수학적 추론 능력, 의사소통 능력, 문제해결 능력’을 신장시키기 위해서 「수학」 교과서 각 단위 말미에 설정하고 있는 [자유탐구] 섹션에서 이들을 종합적으로 다루기로 하였다.

「수학」 교과서의 매 단위마다 ‘단위 학습의 필요성, 동기 유발 자료, 단원의 길잡이, 준비 학습, 학습 목표’ 등의 역할을 매 [단원도입]의 페이지를 활용하여 각 학년에 맞추어 적절한 형태로 제시하기로 하였다. 그리고 「수학」 교과서의 각 차시별 내용 전개의 도중에 예제로

또는 말미에 익히기 위한 문제를 제시하여 각 ‘차시의 내용을 쉽게 이해’할 수 있도록 하는 각 차시 전개 패턴을 고려하였다. 그리고 「수학」 교과서의 매 단위 후반부에 [단원평가]라는 섹션을 활용하여 한 단원의 ‘학습내용을 정리하고 종합적인 사고력을 기를 수 있도록 하는 연습문제’를 적절히 제시하고, 한편으로는 이를 평가에 활용할 수 있도록 하였다.

(2) 단위 구성

앞 절에서의 「수학」 교과서의 편찬 방향을 반영한 새로운 「수학」 교과서의 단위별 구성 체제를 도식으로 나타내면 다음과 같다.

「수학」 교과서의 단위별 구성 체제



[단원도입]은 각 단원의 시작 페이지로 「수학」 교과서를 펼쳤을 때, 오른쪽 페이지로 단위 내용의 전체 또는 핵심부를 상징적으로 나타낼 수 있는 주제나 맥락을 그림의 형태로 제공한다.

[개별차시]는 [단원도입]페이지를 넘기면 제1차시의 내용부터 시작되며, 각 차시별로 할당된 페이지 수는 원칙적인 제한 사항은 없지만 가능한 [개별차시] 전체의 페이지 수는 짝수 페이지가 되도록 하였다.

[단원평가]는 매 단위마다 [개별차시]가 종료되면서 다음 펼친 2 페이지에 걸쳐 제시하며, 「수학」 교과서의 한 단원의 내용 학습을 평가하기 위한 목적으로 설정하였다.

[자유탐구]는 [단원평가] 페이지를 넘기면 나타나는 왼쪽 1 페이지에 제시하였다.

(3) 단위별 내용 전개

앞에서 제시한 바 각 단원을 구성하는 각 섹션별 내용의 전개는 다음과 같다.

[단원도입]은 단위명이 게재되는 페이지로 「수학」 교과서의 각 단위 전반이나 핵심부의 내용을 상징하는 주제나 맥락을 포함하는 가시화된 자료를 게시하였다. 게시한 자료의 하단부에는 해당 단위와 관련하여 게시 자료의 수학적 상황에 맞추어 단원의 선행조직자적 성격의 질문이나, 종합적 발언, 또는 새로운 단원의 학습 동기를 자극하는 발문을 두, 세 개를 제시하였다.

[개별차시]는 전체적으로 여백을 제시하면서 지면을 풍족하게 사용하되, 상세한 진술은 가능한 피함으로써 학습자로 하여금 편하게 접근토록 하면서 한편 생각하기를 즐거할 수 있게 하였다. 전체적으로 내용은 학습자 입장에서 진술하였다. 각 단원의 차시별로 시작 페이지 상단부에 ‘차시 제목’을 관련 익힘책 페이지와 함께 제시 하였다. 다음 매 차시마다 ‘도입,

전개, 정리, 연습'의 성격을 갖는 내용을 그 순서에 따라 해당 내용 영역이나 해당 단위 차시 내용의 성격에 알맞은 방식으로 다양화시켜 제시하였다. 차시에 따라서는 해당 내용의 성격에 따라 몇 개 차시의 내용이 결합되어 한 개의 차시 제목 하에 제시할 수도 있게 하였다. 용어의 정의도 필요한 경우에는 널리 적절한 약물을 사용하여 용어의 정의를 제시하고 있음을 나타내도록 하였다. 각 차시별 연습 문제는 가능하면 최소화시키고 필요한 양만큼을 「수학 익힘책」 관련 페이지에서 제시하도록 하였다.

[단원평가]는 각 차시별 제시된 연습 문제의 수준으로 하되 각 차시의 내용들을 반영한 문제를 반드시 포함시키면서, 한 단원의 학습을 평가하는 성격의 문제들로 구성하였다.

[자유탐구]는 해당 단원의 내용적 특성에 따라 '문제해결'이나, '프로젝트 수학', '탐구 학습'을 강조하는 성격의 내용을 제시하였다.

나. 「수학 익힘책」

(1) 편찬 방향

「수학 익힘책」의 편찬 방향의 근본은 물론 2006년 수정 고시된 '교육과정의 정신'을 효과적으로 구현하며, '교육과정의 세부 내용'을 충실히 반영하는 것으로부터 출발한다.

「수학 익힘책」에서 학습자의 '재미'를 살리기 위한 시도로는 매 단위별로 「수학」 교과서의 [단원평가]와 짝을 이룬 [이야기문제] 섹션에서 한 가지 주제나 맥락 속에서 해당 단원의 학습내용을 문제화시킨 내용을 다루고, 매 단위 말미에 [이야기수학] 섹션과 [놀이수학] 섹션을 통합 1 개 차시로 설정하여 이들을 통해서 해당 단위와 관련된 내용을 재미를 느낄 수 있는 소재나 매체, 방법을 통하여 제시하였다. 한편 [이야기문제]와 [놀이수학]은 '창의력, 사고력, 탐구력'을 기르며, '실생활에의 응용력'을 제고시키기 위한 목적으로 설정하였다.

그리고 「수학 익힘책」의 마지막 차시인 [이야기수학]과 [놀이수학] 섹션을 통하여 학습자로 하여금 '수학의 가치'를 이해시키고, '수학에 대한 긍정적인 태도'를 기르고자 하였다.

「수학」 교과서와 동일한 방식으로 「수학 익힘책」의 매 [단원도입] 섹션을 통하여 해당 단원의 '학습의 필요성, 동기 유발 자료, 단원의 길잡이, 준비 학습, 학습 목표' 등의 역할을 부여하기로 하였다.

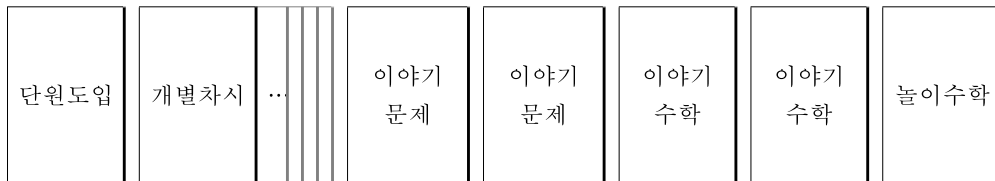
「수학 익힘책」의 「수학」 교과서 대응 매 차시의 문제 구성을 「수학」 교과서의 '연습 문제'와 동일한 수준 즉 학생의 평균적 수준으로 구성하고, 한편 「수학」 교과서와 「수학 익힘책」의 수준보다 낮거나 보충의 성격을 갖는 문제나 심화된 문제의 경우는 「수학 교사용 지도서」에 병행 제시함으로써 '학생의 능력과 수준에 따른 수준별 교수·학습'이 가능토록 유도하였다.

「수학 익힘책」의 후반부에 설정하고 있는 [이야기수학]과 [놀이수학] 섹션을 통하여 '수학적 탐구, 추론, 의사소통, 문제해결' 등의 수학적 활동에 대한 반복적인 학습과 심화 학습의 기회를 제공하고자 하였다. 그리고 「수학 익힘책」의 [이야기수학] 섹션을 통하여 「수학」 교과서에서 다룬 내용과 관련된 역사적 배경이나 생활 주변 현상 등의 다양한 '읽기 자료'를 적절히 제공하기로 하였다.

(2) 단위 구성

앞 절에서의 「수학 익힘책」의 편찬 방향을 반영한 새로운 「수학 익힘책」의 단원별 구성 체제를 도식으로 나타내면 다음과 같다.

「수학 익힘책」의 단원별 구성 체제



[단원도입]은 「수학 익힘책」의 각 단원의 시작 페이지로 「수학」 교과서와 같이 「수학 익힘책」을 펼쳤을 때 오른 쪽 페이지를 말하며, 해당 「수학」 교과서의 [단원도입]을 「수학 익힘책」의 성격에 맞게 처리한 그림의 형태로 제공하였다.

[개별차시]는 해당 「수학」 교과서의 차시와 '1 : 1' 대응시켜 구성하는 방법을 원칙으로 하되, 「수학 익힘책」의 성격상 다음과 같은 차시 조정이 있을 수 있다.

기본형 - 해당 「수학」 교과서의 차시와 '1 : 1'로 대응시켜 차시 구성

분화형 - 해당 「수학」 교과서 차시와 '1 : 다'로 대응시켜 차시 구성

종합형 - 해당 「수학」 교과서 차시와 '다 : 1'로 대응시켜 차시 구성

심화형 - 해당 「수학」 교과서 차시와 '1 : α'로 대응시켜 차시 구성

[이야기문제]는 해당 「수학」 교과서의 [단원평가]와 짝을 이루어 1개 차시로서 제시한 섹션으로 2 페이지를 할당하였다.

[이야기수학]은 [이야기문제] 다음에 이어서 2 페이지 분량으로 제시하며, 이어서 등장하는 [놀이수학]과 같이 통합하여 1 차시 분으로 설정하였다.

[놀이수학]은 1 페이지 분량으로 그 앞의 [이야기수학] 2 페이지와 통합하여 1 차시 분으로 설정하였다.

(3) 단원별 내용 전개

앞에서 제시한 바 각 단원을 구성하는 각 섹션별 내용의 전개는 다음과 같다.

[단원도입]은 단원명이 게재되는 페이지로 「수학 익힘책」의 각 단원 전반이나 핵심부의 내용을 상징하는 주제나 맥락을 포함하는 가시화된 자료를 게시하였다. 게시한 자료의 하단 부에는 해당 단원과 관련하여 게시 자료의 수학적 상황에 맞추어 본 단원과 관련된 발문 두, 세 개를 제시하였다.

[개별차시]는 「수학」 교과서의 각 차시와 대응시켜 각 차시의 시작 페이지 상단부에 차시 제목을 「수학」 교과서와 같은 방식으로 제시하고, 「수학 익힘책」으로서의 기능을 수행할 수 있는 문제 형태의 내용을 교과서 차시와 같은 순서로 병행 제시하였다. 「수학 익힘책」의 매 차시의 문제는 수준면에서 볼 때 「수학」 교과서에 등장하는 '연습 문제' 수준으로 구성하되 「수학」 교과서의 '연습 문제'나 [단원평가]의 문제와는 차별화된 비교적 종합적인 사

고를 요구하는 문제를 다수 포함시켰다.

[이야기문제]는 해당 단원의 내용적 성격에 따라 한 가지의 테마로 이끌어 가는 실생활 속 문제 상황을 묘사하면서, 그 상황 속에서 ‘문제해결’이나 ‘탐구학습’, ‘수학적 의사소통’ 등을 강조하는 성격의 문제를 두, 세 곳에 제시하였다.

[이야기수학]은 해당 단원과 관련된 내용을 담고 있는 사실이나 글, 그림 등을 담은 단순 자료나 화보 등을 비롯하여, 실제 생활과 해당 단원의 수학 내용이 관련된 읽기 자료 등 다양한 형태의 읽을거리, 볼거리를 제시하였다.

[놀이수학]은 해당 단원과 관련된 수학적 내용을 놀이의 형태로 담아내고 있으며, 이 수학적 놀이를 통하여 해당 단원의 수학 내용에 대하여 놀이하거나 탐구하는 동료들과 수학적으로 의사소통하게 하거나, 협동하여 주어진 놀이의 문제 상황을 해결하는 기회를 갖도록 구성하였다.

다. 「수학 교사용 지도서」

(1) 편찬 방향

「수학 교사용 지도서」의 편찬 방향의 근본은 물론 2006년 수정 고시된 ‘교육과정의 정신’을 효과적으로 구현하며, ‘교육과정의 세부 내용’을 충실히 반영하는 것으로부터 출발한다.

「수학 교사용 지도서」본연의 역할이 수학 교실에서 실질적으로 이루어질 수 있도록 내용과 체제 구성을 꾀하였다. 「수학 교사용 지도서」는 수학 교실 담당 교사가 필요로 하는 사항을 예측하여 적시적소에 필요한 내용을 배치함으로써 수학을 가르치고자 하는 교사에게 반드시 필요하면서도 교사가 기대하는 효과를 충족시켜 줄 수 있는 지도서가 될 수 있게 하였다.

수학 수업에서 교사로 하여금 지도 내용, 방법, 수업 자료 면에서 유연한 대처하게 하며, 교사가 의미 있는 발문을 할 수 있게 교사의 발문 방법을 돕기 위하여 수업 상황에 따라 의미 있는 교사의 발문을 유도하는 것뿐만 아니라, 여러 상황에 따른 실질적인 발문을 비롯하여 지도의 방법이나 주안점 등과 관련하여 매 차시별 제시한 [차시지도활동] 섹션과 [교과서해설] 섹션 부분에 실제적인 지도에 대하여 설명하면서 각 상황에 따른 유연한 지도를 꾀하고 있으며, 다양한 학습 자료는 매 단위 「수학 교사용 지도서」의 말미에 해당 단원의 지도에 필요한 다양한 자료들을 [단원부록] 섹션에 제시하였다.

「수학」교과서와 「수학 익힘책」과 매 차시별 긴밀한 관계를 유지하며 병행해 나갈 수 있도록 체제 전개 방식을 취하면서 실제 수업시 실시간적으로 활용할 수 있는 「수학 교사용 지도서」가 될 수 있도록 내용면에서는 물론 외형적 내용 배치를 하였다. 특히, 학습자의 교육 환경적 특성에 따라 유연하게 대처하여 지도에 임할 수 있게 방법론적으로나 학습 자료 면에서 다양한 내용과 자료를 갖추하고자 하였다. 즉, 학습자의 수학적 성취 수준에 따른 학습과 평가의 자료나 도구를 다양하게 준비시키고자 학생의 다양한 수학 성취도에 따라 교사가 적절히 활용할 수 있도록 매 단원의 말미에 [다시알아보기]와 [좀더알아보기] 섹션을 통하여 보충과 심화의 수준에 따른 평가 도구를 설정해 놓았다.

(2) 단위 구성

이상의 수학 교과용 도서인 「수학 교사용 지도서」의 개발 방향, 구성 체제, 내용의 선정과 조직의 원리를 따르면서 본 초등학교 수학 교과용 도서 개발 기관의 기본적인 생각을 반영한 새로운 초등학교 「수학 교사용 지도서」의 단위별 구성 체제를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

「수학 교사용 지도서」의 단위별 구성 체제

단위표지	단원의 개관	단원의 전개계획	1차시 지도활동	1차시 교과서 해설	..	단원평가 해설	자유탐구 해설	이야기수학 해설
놀이수학 해설	익힘책 활용	익힘책 활용 (이야기 문제해설)	다시 알아보기	좀더 알아보기	다시알아 보기, 좀더알아 보기해설	단원부록	..	단원부록

(3) 단위별 내용 전개

앞에서 제시한 바 각 단원을 구성하는 각 섹션별 내용의 전개는 다음과 같다.

[단위표지]는 단위명이 게재되는 페이지로 교과서와 익힘책의 단위 표지를 나란히 게재하여 해당 단위 전반을 요약 또는 앞의 관련 단위와 연계 지으려는 의도와 지도 방법을 설명하였다.

[단원의 개관]은 그 안에 ‘단원 목표’와 ‘학습의 흐름’이란 하위 절을 설정하여 해당 단원의 대강에 대한 아이디어를 갖게 하였다.

[단원의 전개계획]을 통하여 해당 단원의 내용 지도의 세부적인 순서와 각 차시의 내용에 대한 파악을 용이하게 하였다.

[교과서 개별차시 해설]에서는 교과서의 매 차시별 지도활동을 제시하여 각 차시의 학습 목표, 차시 구성의 배경, 차시 지도의 주요 활동과 지도상의 유의점이나 준비물 등과 같이 차시 지도에 필요한 다양한 설명을 포함시켰다. 교과서의 각 차시별 해설을 하기 위하여 해당 차시의 교과서 페이지를 축소하여 상단에 게시하고, 그 페이지 그림 위에 필요한 문제 풀이나 답을 기입하여 교사가 편리하게 활용토록 하였다. 그리고 하단부에는 해당 교과서의 페이지 지도시 실질적으로 필요한 교사의 발화 내용이나 방법 등과 그에 대한 학생으로부터 기대되는 반응을 예시하여 실제 교실에서의 지도시 교사가 실질적으로 활용하기에 용이하도록 구성하였다.

[단원평가 해설]과 [자유탐구 해설]은 그 방식 면에서 [교과서 개별차시 해설]과 같되 각 문항마다 평가하고자하는 내용, 풀이, 정답, 지도상의 유의사항 등을 기술해 놓았다.

[이야기수학 해설]과 [놀이수학 해설]은 [교과서 개별차시 해설]과 같은 방식으로 상단에는 각 해당 페이지의 축소된 페이지 그림을 제시하고, 하단에는 그 특성에 맞추어진 방식으로 교사가 해당 차시의 지도에 필요한 내용과 지도 방법, 그리고 기타 유의사항 등을 제시하였다.

[익힘책 활용]이란 섹션을 통하여 익힘책의 본차시에 등장하는 여러 문제들마다의 필요한 풀이나 풀이상의 유의점, 정답에 대한 설명을 하였다. [이야기문제 해설]은 별도의 섹션을 정하지 않고 [익힘책 활용] 섹션에서 익힘책의 본차시에 대한 해설이 끝나고 이어서 제시하였다.

[다시알아보기]와 [좀더알아보기] 섹션에서는 교과서의 해당 단원의 내용을 다루되 학생의 성취도 수준에 따라 각각 ‘보충’과 ‘심화’로의 구분된 평가를 위한 문제를 교사가 직접 확대 복사하여 활용할 수 있는 상태로 제시하였다.

[다시알아보기, 좀더알아보기 해설]에서는 상기의 두 가지 유형의 문제에 대한 해설을 상세하게 제시하였다.

[단원부록]에서는 이외에 교사가 학생들의 학습 수준이나 학습 환경에 따라 유연하게 활용할 수 있는 다양한 학습 자료를 개발하여 제시하였다.

참고 문헌

교육과정정책과 (2006). **초등학교 1, 2학년 수학 교과용 도서 연구·개발 기관 대표자 회의<회의 자료>.**

교육인적자원부장관 (2006). **초·중등 학교 교육과정 부분 수정 고시.**

5. 수학과 교과용 도서 활용 방향

우리나라의 초등학교 수학과 교과용 도서의 구성은 「수학」 교과서와, 「수학 익힘책」, 「교사용 지도서」로 매 학기당 3책으로 이루어져 있다. 먼저 「수학」 교과서는 수학 교과 학습과 지도에 근간이 되는 책으로 교육과정에서 요구하는 수학 내용을 평균적인 학생을 대상으로 기본적으로 다루기 위한 수학과 교과용 도서이다. 「수학 익힘책」은 「수학」 교과서와 병행 사용하면서 「수학」 교과서의 기능을 보충, 보완하기 위한 목적의 또 다른 수학과 교과용 도서이다. 그리고 「교사용 지도서」는 앞서 언급한 두 도서와는 달리 수학 교실에서 교사의 바람직한 수학 학습 지도 행위를 염두하고 이를 준비하거나 현장에서 돕기 위한 기능을 전제로 만들어진 수학과 교과용 도서이다.

다음은 수정 고시된 교육과정을 적극 반영하여 개발한 「수학」 교과서, 「수학 익힘책」, 「교사용 지도서」의 효과적 사용을 위한 세부적인 활용 방안이다. 편의상 각 도서의 섹션별로 활용 방안에 대하여 설명하였다.

가. 「수학」 교과서

「수학」 교과서는 매 단위별로 1차시에 포함된 단위 표지의 역할을 하는 [단원도입] 섹션, 본차시에 해당되는 [개별차시] 섹션, 단위 학습 내용의 정리 및 평가를 위한 [단원평가] 섹션, 그리고 탐구 학습을 위한 [자유탐구]의 섹션으로 이루어져 있으며 각 섹션별 활용 방법은 다음과 같다.

(1) 단원도입

[단원도입] 섹션은 각 단원의 1차시에 포함되어 다루어지고 해당 단원의 전체 또는 핵심 내용을 개괄하는 오우수벨(David P. Ausubel)의 ‘선행조직자’의 역할을 수행케 하거나, 1차시의 내용을 도입하기 위한 목적으로 활용한다. 특히, [단원도입] 섹션은 주로 그림을 통하여 표현되고 그 그림과 관련하여 하나의 질문이 제시되는 형태이므로 이 그림과 질문을 통하여 새 단원에서 배울 수학 내용은 대체로 어떤 내용들인가를 미리 같이 생각해 보게 하거나, 이 내용과 관련하여 앞에서 이미 배운 내용은 어떤 것이 있는지를 정리해보게 하거나, 또는 새로이 배울 내용에 대하여 흥미를 유발시키는 방식으로 활용할 수 있다.

(2) 개별차시

[개별차시] 섹션은 해당 페이지 상단에 차시 주제를 제시하고 그 페이지의 내용과 연결되는 익힘책의 페이지를 명시하기 때문에 매 차시마다 익힘책의 해당 페이지를 적절히 활용하여야 된다.

매 [개별차시] 섹션의 시작 부분은 해당 차시에서 다룰 수학 내용의 도입부로서 학생들과 같이 공부할 내용을 예상해 보게 하거나, 차시의 본 내용으로 들어가기에 앞서 위밍업을 해

보는 시간으로, 아니면 도입부와 관련하여 재미있는 자료가 있으면 이를 사용하여 흥미를 가지고 새 차시 내용으로 접근할 수 있도록 활용합니다.

각 차시 도입부 다음의 내용 전개는 특별히 형식화된 내용의 블록들이 정해져 있거나, 특정의 패턴에 따라 내용 전개를 의도한 것이 아니며, 해당 차시의 주제를 구성하는 하위 주제들의 수학적 논리에 따라 자연스럽게 전개시키는 방식을 취하였기 때문에 교사는 학생들에게 읽히거나, 설명을 하거나, 질문을 하거나, 실제 실험을 하거나 등의 각 지도 상황에 적합하다고 판단되는 방식으로 지도를 하면 된다. 특히 금번 「수학」 교과서에서는 구별 되는 내용 블록마다 형식화된 명칭을 제시하거나 그 부분을 분명하게 구별시키는 시각적인 방법의 사용을 자제하였고, 가능한 지면상의 공간적 여백을 많이 확보하고 너무 상세한 지시 사항이나 설명은 생략시켰기 때문에 이러한 여유 있는 교과서의 내용 흐름을 통하여 학생이 수학 교과서에 대하여 가질 수 있는 부정적인 느낌을 해소시켜 주고, 한편으론 학생 나름대로의 생각을 많이 해볼 수 있는 기회를 주는 방식으로 활용할 필요가 있다.

중전의 경우와는 달리 각 차시의 끝 부분에 익히기 문제의 제시를 억제하였기 때문에 「수학 익힘책」의 해당 페이지의 문제를 학습한 내용의 연습이나 평가 등에 적절히 활용할 필요가 있다.

(3) 단원평가

[단원평가] 섹션은 해당 단원 본차시의 내용에 대한 학습 지도가 완료된 후 평가나, 정리의 목적으로 활용하며, 「수학 익힘책」의 [이야기문제] 섹션과 함께 하나의 차시를 형성하기 때문에 단원 학습과 관련하여 문제해결이나 수학적 탐구 또는 수학적 의사소통 등의 연습이나 평가는 익힘책의 [이야기문제] 섹션을 활용하고, [단원평가] 섹션의 문제는 해당 단원에서 학습한 수학 내용의 이해의 정도 확인이나 오류적 이해의 교정을 위한 피드백을 목적으로 활용하면 된다. 그리고 [단원평가]의 결과를 통하여 학생 개개인의 수학 학습 수준을 판단하고 그에 따라 「교사용 지도서」의 [좀더알아보기]나 [다시알아보기] 섹션의 문제 적용의 기준으로 활용할 수 있다.

(4) 자유탐구

[자유탐구] 섹션은 해당 단원의 끝에 그 단원에서 학습한 내용을 종합적으로 탐구하는 방식으로 다루기 때문에 학생이 탐구의 주된 역할을 수행하되 소집단 단위로 진행하는 것이 바람직하며, 교사는 학생들의 탐구 과정에 간헐적으로 개입하며 학생의 탐구 활동의 방향이 이탈되었다고 판단 될 때 간접적으로 유도하는 방식의 지도를 할 필요가 있다. 탐구가 이루어진 뒤에는 소집단별로 발표를 하게하며, 반드시 그러한 탐구가 이루어진 이유나 탐구 과정에 대한 타당성을 논리적으로 설명해 보이는 활동을 연습시킬 필요가 있다.

[자유탐구] 섹션을 통하여 단원의 학습과 평가가 완료된 후 해당 단원의 내용에 대한 종합적인 방식으로 문제해결이나 탐구학습, 의사소통, 수학적 사고 등에 주안점을 두어 단원의 지도를 완성하는데 활용한다.

나. 「수학 익힘책」

「수학 익힘책」은 매 단위별로 「수학」 교과서와 같이 1차시에 포함된 단위 표지의 역할을 하는 [단원도입] 섹션, 「수학」 교과서의 본차시와 대응되는 [개별차시] 섹션, 「수학」 교과서의 [단원평가] 섹션과 같은 차시를 구성하는 [이야기문제] 섹션, 그리고 독립된 1차시를 구성하고 있는 [이야기수학]과 [놀이수학] 섹션으로 이루어져 있으며 각 섹션별 활용 방법은 다음과 같다.

(1) 단원도입

[단원도입] 섹션은 「수학」 교과서와 동일한 가시화된 자료를 사용하거나 「수학 익힘책」의 성격에 맞추어 변환시킨 형태의 가시화된 자료를 게시하고, 해당 단원의 학습 내용과 관련된 발문을 제시하는 방식을 취하고 있다. 제시되는 발문은 「수학」 교과서와 마찬가지로 선행조직자적 질문으로 본 단원의 선수학습 요소와 관련되거나, 본 단원의 내용 개괄이나 도입과 관련된 질문으로서 [단원도입] 섹션의 그림이나 질문을 놓고 학습자와 같이 생각해 보는 시간을 갖는 방법으로 본 단원 학습 내용에 필요한 선수 학습적 요소를 확인하거나, 본 단위에서 배울 내용의 대강이나 성격 등과 관련된 비교나 설명을 하는 지도가 필요하다.

(2) 개별차시

「수학 익힘책」의 [개별차시]의 내용은 「수학」 교과서의 각 해당 [개별차시]의 학습 내용을 익히거나 학습 정도를 확인 또는 평가하기 위한 목적으로 문제의 형태를 취하고 있기 때문에 교사는 교실에서 수학 학습 지도에 임할 때 「수학」 교과서의 각 차시에 대응되는 「수학 익힘책」의 [개별차시]의 문제를 적시에 현재 학습한 내용에 대한 익히기, 학습 정도의 확인, 평가 등의 목적으로 적극적으로 활용할 필요가 있다.

현재 개발된 「수학」 교과서는 본차시에서는 반드시 필요한 경우를 제외하고는 각 차시에서 학습한 내용에 대한 익히기나 학습정도의 확인, 평가를 위한 문제의 제시는 억제하는 방식으로 체제 구성을 하였기에 더욱이 「수학 익힘책」은 「수학」 교과서와 항상 긴밀하게 병행 사용해야 그 기능을 발휘할 수 있다.

(3) 이야기문제

[이야기문제] 섹션의 의도는 하나의 테마나 맥락의 이야기 속에서 전개되는 실제적인 수학적 문제 상황을 다루기 위함이다. 그리고 현 단위에서 학습한 수학적 요소가 종합적으로 내포된 문제 상황이기에 교사는 한 단위에서 학습한 내용을 문제의 형태를 통하여 정리한다는 개념으로 지도할 필요가 있다.

[이야기문제]의 외형은 실생활의 이야기이므로 이 이야기를 간단한 역할극 방식으로 또는 이야기 하듯 자연스럽게 학습자를 끌어들이으로써 주어진 문제 상황에 학습자로 하여금 편하게 접근토록 유도하여 그 상황에서 벌어지는 실제적인 문제 상황을 즐겁고 편한 마음으로 해결해 보고자 하는 적극적인 의지가 생겨날 수 있도록 지도할 필요가 있다. 특히 [이야기

문제]의 섹션은 그 성격상 학습자가 문제해결 활동은 물론 수학적 탐구나 수학적 추론은 물론 구성원과의 자유로운 수학적 의사소통을 경험시키기 위한 목적으로 활용한다.

(4) 이야기수학

[이야기수학] 섹션 구성의 기본적 의도는 「수학」 교과서나 「수학 익힘책」이 기본적으로 의도하는 바와는 그 성격이 다르다. 즉, 해당 단원에서 학습하는 수학 내용의 내적 요소로부터는 벗어나되 그 단원의 수학 내용의 외적 요소와 관련성을 갖고 있는 실제 생활 속의 재미있는 상황 이야기, 수학사에서의 에피소드, 흥미로운 시각적 자료나 읽을거리 등과 같이 해당 단원과 관련은 되데 거기서 이탈하게 함으로써 해당 단원의 학습의 긴장감에서 벗어나 오히려 해당 단원의 수학적 내용에 대하여 여유를 가지고 대할 수 있는 기회의 시간으로 활용한다.

(5) 놀이수학

[놀이수학] 섹션은 해당 단원에서 학습한 수학 내용을 종합하여 놀이, 게임, 퍼즐 등의 형태로 구현한 것으로 이 섹션을 통하여 해당 단원의 수학 내용을 탐구하거나, 놀이를 같이 하는 동료들과 수학적으로 의사소통하면서 협동하여 주어진 놀이의 문제 상황을 해결하는 경험을 시키는데 활용한다. 한편 [놀이수학] 섹션을 이용하여 학습자가 일반적으로 수학에 대하여 갖는 부정적인 생각이나 태도를 긍정적으로 전환시키려는 시도에 활용할 수 있다.

다. 「수학 교사용 지도서」

「수학 교사용 지도서」는 총론과 각론으로 구별되어 구성되어 있다. 총론은 [연간 지도 계획] 섹션을 제외하고는 모든 학년에 동일한 내용으로 되어 있다. 총론의 [초등학교 수학 교육의 특성과 방향] 섹션에서는 초등수학교육 전반에 대하여 초등교사로서 수정 고시된 수학과 교육과정을 중심으로 우리나라 초등학교 수학교육이 갖는 특성이나 앞으로 나아갈 방향에 대한 아이디어나 철학을 정립시켜 보는데 활용할 수 있다. 다음, [수학과의 목표와 내용]의 섹션에서는 보다 구체적으로 초등학교 수학의 목표와 내용의 체계를, [수학과의 교수-학습] 섹션에서는 그에 따른 교수-학습 방법에 대한 고찰의 자료로 활용할 수 있다. 그리고 [수학교과용 도서 편찬 방향]의 섹션과 [수학교과용 도서의 활용] 섹션에서는 각각 수정 고시된 교육과정에 근거하여 만들어진 초등학교 수학교과용 도서의 편찬시 견지했던 방향이나 철학을 이해하고, 이를 바탕으로 수학교과용 도서를 바람직한 수학 수업을 위하여 활용하는 데 있어서 필요한 구체적인 사항들을 참고 할 수 있다.

다음은 「수학 교사용 지도서」의 ‘각론’에서 각 섹션별로 수학 학습 지도에 활용 방안에 대하여 설명하였다.

(1) 단원표지

[단원표지] 섹션은 「수학」 교과서와 「수학 익힘책」의 [단원도입] 페이지 사진을 상단에 나란히 게재하여 교사가 해당 단원을 지도하고자 할 때 해당 단원 전반을 요약하는 설명을 하거나 그 앞의 관련 단원의 내용과 연계지어 설명할 때 활용할 수 있게 하였다.

(2) 단원의 개관

[단원의 개관] 섹션에는 ‘단원 목표’와 ‘학습의 흐름’이란 하위 절을 통하여 해당 단원의 대강에 대한 아이디어나 학습 지도의 과정이나 방향, 방법 등을 미리 생각해보는데 활용할 수 있게 하였다.

(3) 단원의 전개 계획

[단원의 전개 계획]이란 섹션에서는 해당 단원 내용 지도의 세부 순서와 각 차시의 내용에 대하여 한눈에 용이하게 파악하는데 활용할 수 있다.

(4) 개별차시 지도활동

[개별차시 지도활동] 섹션은 각 차시마다의 내용을 지도하고자 할 때, 각 차시의 학습 목표나 각 차시의 내용 중심으로 전후 내용의 위계나 현재 차시의 구성 배경을 알아봄으로써 해당 차시의 학습 지도에 의미 부여를 하는데 활용할 수 있다. 이외에도 현재 차시의 지도 시 주의해야 될 점이나 자료 준비에 대한 아이디어를 얻는데 활용할 수 있다.

(5) 개별차시 교과서 해설

[개별차시 교과서 해설] 섹션은 각 차시마다 동일한 패턴으로 제시되는데, 주로 ‘지도의 실제’라는 내용을 통해서 「수학」 교과서의 각 페이지별 실제 지도의 상황을 예견해보고 여러 가지 상황에 따라 가르침의 활동을 준비하는데 필요한 아이디어를 찾는데 활용해 볼 수 있다. 특히 [개별차시 지도활동]의 섹션과 [개별차시 교과서 해설] 섹션은 「교사용 지도서」를 펼치면 양쪽 페이지에 같이 보이게 되고, 대체로 1차시분의 「수학」 교과서의 양은 2페이지의 경우이므로 실제 수학 수업에서 효율적으로 활용할 수 있을 것으로 생각한다.

(6) 단원평가 해설

[단원평가 해설] 섹션은 각 문제별로 본차시의 어떤 내용의 학습을 평가하기 위한 것인지를 명시해 놓고 있기 때문에 학습자마다의 학습 결손의 세부 내용과 그 정도를 파악하고, 그에 따른 피드백을 생각해 보는데 활용 가능하다.

(7) 자유탐구 해설

「수학」 교과서의 [자유탐구] 섹션은 1 페이지로 내용만을 제시하고 있어 이에 대한 학습

지도의 방법이나 아이디어, 또는 그 섹션을 통하여 지도하고자 하는 내용과 목표, 그 섹션의 수학교육적 세부 의도 등을 알기 어려운데 사전에 이를 파악하여 학습 지도를 준비하는데 적절히 활용할 수 있다.

(8) 이야기수학 해설과 놀이수학 해설

「수학 익힘책」의 [이야기수학]과 [놀이수학] 섹션은 경우에 따라 사진이나 그림, 만화의 컷만이 제시되고 그 안에서 벌어지는 이야기나 놀이에 대한 설명은 지면상 제한적으로 제시될 수 있기 때문에 「교사용 지도서」의 [이야기수학 해설]이나 [놀이수학 해설] 섹션에서 추가 또는 보충적인 내용을 제시하기 때문에 이런 경우는 반드시 「교사용 지도서」를 활용해야 될 필요가 있다. 그 외에도 [이야기수학]이나 [놀이수학] 섹션의 형식이나 내용 제시 방식이 독특하고 다양할 수 있으므로 그 때마다 「교사용 지도서」에서 해설하는 내용을 적극 활용할 필요가 있다.

(9) 익힘책의 활용

[익힘책의 활용] 섹션은 먼저 ‘익힘책의 구성 및 활용 방법’에서 「수학 익힘책」에서 다루는 문제마다 그 문제를 통하여 평가하고자 하는 수학 학습 내용은 무엇이고, 각 문제가 갖고 있는 특성, 문제의 상대적 난이도, 문제의 풀이 결과에 대한 적절한 피드백 방안, 문제 풀이의 예상되는 오류에 따른 교정적 지도 방법 등과 관련하여 아이디어를 얻는데 활용할 수 있다. 그리고 ‘익힘책 문제의 답과 풀이’에서는 각 문제마다 해법과 모범 답안을 제시하고 있음을 「수학 익힘책」 지도시 적절히 활용할 필요가 있다.

특히 「수학 익힘책」의 [이야기문제]의 해설을 말미에 포함하고 있으므로 이를 지도하는데 적절히 활용해 볼 필요가 있다.

(10) 다시알아보기와 좀더알아보기

[다시알아보기] 섹션에서는 「수학」 교과서나 「수학 익힘책」에서 다루는 문제보다 더 수준이 낮은 문제로 수학 수업에서 평균적 이해가 잘 안됐다고 판단되는 학생에게 해당 단원에서 반드시 알아야 될 핵심적인 내용에 대한 기초적인 확인이 가능한 문제를 제시하고 있기 때문에 수준별 지도를 할 때 적절히 활용해 볼 수 있다.

[좀더알아보기] 섹션에서는 「수학」 교과서나 「수학 익힘책」에서 다루는 문제보다 더 수준이 높은 문제로 수학 수업에서 평균적 이해가 잘 됐다고 판단되는 학생에게 해당 단원의 내용을 심화 확장시킨 내용을 다룬 문제를 제시하고 있기 때문에 [다시알아보기] 섹션과 병행하여 적절히 활용해 볼 수 있다.

특히, [다시알아보기] 섹션과 [좀더알아보기] 섹션은 필요에 따라 복사하여 바로 평가지로 활용 가능하다.

(11) 다시알아보기와 좀더알아보기 해설

[다시알아보기]와 [좀더알아보기] 섹션에 등장하는 문제의 풀이와 모범 답안을 제시하고

있으며 교사의 판단에 따라 적절한 방법으로 활용 가능하다.

(12) 단원부록

[단원부록] 섹션은 교사가 해당 단원의 학습 지도를 준비하는 과정에 교사에게 필요하거나 학습 지도 과정에 학생에게 직접적으로 필요한 자료를 다양한 형태로 수학교육 현장 교사에게 공급하기 위하여 준비해 놓은 섹션이다. 따라서 단원 학습과 관련된 보다 세분화된 수준의 평가 문제나, 해당 단원의 수학적 내용과 관련하여 교사가 알아 둘 필요가 있는 심화된 수학의 내용이나 관련 수학사 내용, 해당 단원의 세부 내용 지도에 대하여 도움이 될 수 있는 특별한 지도 방법은 물론, 가시적 자료나 참고할 수 있는 인터넷 사이트 주소, 공유가 허락된 프로그램 파일에 대한 정보 등 지면에 수록할 수 있는 경우는 [단원부록] 페이지에 게시하되, 지면 게시가 어려운 파일과 같은 자료는 해당 「교사용 지도서」의 권말에 부록으로서 파일 CD를 제시하는 방식으로 가능한 다양한 자료를 제시하고 있으므로 교사는 이에 대한 적절한 활용을 통해서 학습 지도의 질적 향상을 꾀할 수 있다고 생각한다.

참고 문헌

- 교육과정정책과 (2006). **초등학교 1, 2학년 수학 교과용 도서 연구·개발 기관 대표자 회의 <회의 자료>**.
- 교육인적자원부장관 (2006). **초·중등 학교 교육과정 부분 수정 고시**.

6. 연간 지도 계획(1학년 1학기)

아래에 제시한 연간 지도 계획은 예시로 제시한 것이기 때문에 각 학교는 해당 지역이나 학교의 환경적 여건, 학습 능력 수준 등에 따라 학교 단위로 재구성하여 운영할 수 있다.

월	주	차시	수업내용 및 활동	월	주	차시	수업내용 및 활동
3	1	1	1. 세 자리 수 * 100 알기, 읽기, 쓰기	4	8	10	* 이야기수학(익), 놀이수학(익)
		2	* 몇 백 알기, 읽기, 쓰기				4. 덧셈과 뺄셈(2)
		3	* 세 자리 수 알기			1-2	* 받아올림 있는 (두 자리 수)+(두 자리 수)
		4	* 뛰어 세기			3-4	* 받아내림 있는 (두 자리 수)-(두 자리 수)
	2	5	* 세 자리 수의 크기 비교		9	5	* 여러 가지 방법으로 계산하기
		6	* 수 배열의 규칙성 찾기			6	* 덧셈과 뺄셈의 관계
		7	* 단원평가 / 이야기문제(익)			7	* 세 수의 혼합 계산
	3	8-9	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)		10	8	* 단원평가 / 이야기문제(익)
		1-2	2. 덧셈과 뺄셈(1) * 받아올림 있는(두 자리 수)+(한 자리 수)			9-10	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)
		3-4	* 받아내림 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수)		11	1	5. 길이 재기 * 길이 비교
	4	5	* 세 수의 덧셈, 뺄셈			2	* 단위길이의 필요성 알기
		6	* 단원평가 / 이야기문제(익)			3	* 여러 단위길이의 비교
	5	7-8	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)		12	4	* 1cm 알기
		1	3. 여러 가지 모양 * 선분과 직선			5	* 자로 길이 재기
		2	* 사각형		13	6	* 길이 어렵하기
4	6	3	* 삼각형			7	* 단원평가 / 이야기문제(익)
		4	* 원		6	8-9	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)
		5	* 여러 가지 모양 만들기			1	6. 식 만들기과 문제 만들기 * 문제 읽고 어떤 수를 ‘로 나타내기
	7	6	* 쌓은 모양을 보고 똑같이 쌓기			2	* 덧셈식에서 ‘의 값 구하기
		7	* 쌓기나무로 여러 가지 모양 만들기		13	3	* 뺄셈식에서 ‘의 값 구하기
		8	* 단원평가 / 이야기문제(익)			4	* 식에 알맞은 문제 만들기
	7	9	* 자유탐구			5	* 단원평가 / 이야기문제(익)
						6-7	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)

월	주	차시	수업내용 및 활동	월	주	차시	수업내용 및 활동
6	14	1	7. 시간 알기 * 시각 알기	6	16	3	* 곱셈식
		2	* 시간 알기			4	* 몇 배
		3	* 하루의 시간 알기			5	* 곱셈식으로 나타내기
		4	* 달력 알기			6	* 단위 평가 / 이야기문제(익)
	15	5	* 단원평가 / 이야기문제(익)	7	17	7-8	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)
		6-7	* 자유탐구 * 이야기수학(익), 놀이수학(익)				
		1	8. 곱하기 * 묶어 세기				
		2	* 곱 알기				

7. 수학과 교육과정(초등학교)

가. 성 격

수학과는 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고 논리적으로 사고하며 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르고, 여러 가지 문제를 수학적인 방법을 사용하여 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다.

수학적 개념의 깊이 있는 이해와 활용, 합리적인 문제해결 능력과 태도는 모든 교과를 성공적으로 학습하는 데 필수적일 뿐만 아니라 개인의 전문적인 능력을 향상시키고 민주 시민으로서 합리적 의사결정 방법을 습득하는 데에도 필요하다. 또한 수학적 지식과 사고 방법은 오랜 역사를 통해 인간 문명 발전의 지적인 동력의 역할을 해왔으며, 미래의 지식 기반 정보화 사회를 살아가는 데 필수적이다.

초등학교 수학과 교육 내용은 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘확률과 통계’, ‘규칙성과 문제해결’의 5개 영역으로 구성된다. ‘수와 연산’ 영역에서는 자연수, 분수, 소수의 개념과 사칙계산을, ‘도형’ 영역에서는 평면도형과 입체도형의 개념과 성질을, ‘측정’ 영역에서는 길이, 시간, 들이, 무게, 각도, 넓이, 부피의 개념과 활용을, ‘확률과 통계’ 영역에서는 자료의 정리와 해석, 경우의 수, 확률의 의미를, ‘규칙성과 문제해결’ 영역에서는 규칙 찾기, 비와 비례, 문자의 사용, 간단한 방정식, 정비례와 반비례, 여러 가지 문제해결 방법을 다룬다.

중학교와 고등학교 수학과 교육 내용은 ‘수와 연산’, ‘문자와 식’, ‘함수’, ‘확률과 통계’, ‘기하’의 5개 영역으로 구성된다.

중학교의 경우, ‘수와 연산’ 영역에서는 집합, 정수, 유리수, 실수의 개념과 사칙계산, 근사값을, ‘문자와 식’ 영역에서는 다항식의 개념과 사칙계산, 일차방정식과 일차부등식, 연립일차방정식과 연립일차부등식, 이차방정식의 풀이와 활용을, ‘함수’ 영역에서는 함수 개념, 일차함수의 개념과 활용, 이차함수의 개념을, ‘확률과 통계’ 영역에서는 도수분포에 대한 이해와 활용, 확률의 기본 성질, 대표값과 산포도를, ‘기하’ 영역에서는 기본 도형의 성질에 대한 이해와 증명, 피타고라스의 정리, 삼각비에 대한 이해와 활용을 다룬다.

고등학교의 경우, ‘수와 연산’ 영역에서는 집합의 연산법칙, 명제의 이해와 활용, 실수의 성질, 복소수의 개념과 사칙계산을, ‘문자와 식’ 영역에서는 다항식의 연산과 활용, 유리식과 무리식의 계산, 이차방정식의 활용, 고차방정식, 연립방정식, 이차부등식, 연립부등식, 절대부등식의 풀이를, ‘기하’ 영역에서는 평면좌표, 직선의 방정식, 원의 방정식, 도형의 이동, 부등식의 영역의 이해와 활용을, ‘함수’ 영역에서는 이차함수의 활용, 유리함수, 무리함수, 삼각함수의 개념과 활용을, ‘확률과 통계’ 영역에서는 순열과 조합의 이해를 다룬다.

수학의 교수·학습에서는 학생들이 구체적인 경험에 근거하여 여러 가지 현상을 수학적

으로 해석하고 조직하는 활동, 구체적인 사실에서 추상화 단계로 점진적으로 나가는 과정, 직관이나 구체적인 조작 활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 관계를 발견하고, 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 이해할 수 있도록 한다. 또한 수학적 문제를 해결하는 과정에서 문제를 명확히 이해하고 합리적인 해결 계획을 세워 실행하며, 반성을 통하여 풀이 과정을 점검하고 다양하게 활용하는 태도를 기르도록 한다. 수학적 지식과 기능을 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결해 봄으로써 수학의 필요성과 유용성을 인식하고, 수학 학습의 즐거움을 경험하도록 함으로써 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖도록 한다.

나. 목 표

수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 관찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

1) 초등학교

기초적인 수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 현상과 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

가. 생활 주변에서 일어나는 현상을 수학적으로 관찰하고 조직하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하는 능력을 기른다.

나. 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.

다. 수학에 대한 관심과 흥미를 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

다. 내 용

1) 내용 체계

영역	학교급	초등학교		
	학년	1학년	2학년	3학년
수와 연산		·100까지의 수 ·간단한 수의 덧셈과 뺄셈 ·두 자리 수의 덧셈과 뺄셈	·1000까지의 수 ·두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ·세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ·곱셈 ·분수의 이해	·10000까지의 수 ·네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ·곱셈 ·나눗셈 ·분수 ·소수의 이해
도형		·입체도형의 모양 ·평면도형의 모양	·기본적인 평면도형 ·입체도형의 구성	·각과 평면도형 ·평면도형의 이동 ·원의 구성요소
측정		·양의 비교 ·시각 읽기	·시각과 시간 ·길이 ·측정값 나타내기	·시간 ·길이 ·둘이 ·무게
확률과 통계		·한 가지 기준으로 사물 분류하기	·표와 그래프 만들기	·자료의 정리, 자료의 특성 (막대그래프, 간단한 그림 그래프)
규칙성과 문제 해결		·규칙적인 배열에서 규칙 찾기 ·자신이 정한 규칙에 따라 배열하기 ·100까지의 수 배열표에서 규칙 찾고 말하기 ·□를 사용한 식 ·실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기 등으로 문제를 해결하기	·다양한 변화의 규칙 찾기 ·수 배열에서 규칙 찾고, 규칙에 따라 수 배열하기 ·곱셈표에서 여러 가지 규칙 찾기 ·미지수 구하기 ·식 만들기 ·규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등으로 문제를 해결하기	·규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기 ·표 만들기, 예상과 확인 등으로 문제를 해결하기

학교급 영역	초등학교		
	4학년	5학년	6학년
수 와 연 산	·다섯 자리 이상의 수 ·자연수의 사칙계산 ·여러 가지 분수 ·분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 ·소수 ·소수의 덧셈과 뺄셈	·약수와 배수 ·약분과 통분 ·소수와 분수 ·분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 ·분수의 곱셈과 나눗셈 ·소수의 곱셈과 나눗셈	·분수의 나눗셈 ·소수의 나눗셈 ·분수와 소수의 혼합 계산
도 형	·각과 여러 가지 삼각형 ·다각형의 이해	·직육면체와 정육면체의 성질 ·합동 ·대칭	·각기둥과 각뿔의 성질 ·원기둥과 원뿔의 성질 ·여러 가지 입체도형
측 정	·각도 ·평면도형의 둘레 ·직사각형과 정사각형의 넓이 ·어림하기(반올림, 올림, 버림) ·수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만)	·평면도형의 넓이 ·무게와 넓이의 여러 가지 단위	·원주율과 원의 넓이 ·겉넓이와 부피 ·원기둥의 겉넓이와 부피
확 률 과 통 계	·꺾은선그래프 ·자료를 목적에 맞는 그래프로 나타내기	·줄기와 잎 그림, 그림그래프 ·평균	·비율그래프(띠그래프, 원 그래프) ·경우의 수와 확률
규 칙 성 과 문 제 해 결	·다양한 변화 규칙을 수로 나타내고 설명하기 ·규칙을 추측하고 말이나 글로 표현하기 ·규칙적인 무늬 만들기 ·규칙과 대응 ·단순화하기, 논리적 추론 등으로 문제를 해결하기 ·문제해결 과정 설명하기	·비와 비율 ·하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하기 ·주어진 문제에서 필요 없는 정보, 부족한 정보 찾기 ·문제해결의 타당성 검토하기	·방정식 ·비례식 ·연비와 비례배분 ·정비례와 반비례 ·문제해결 방법 비교하기 ·문제의 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기 ·문제해결 과정의 타당성 검토하기

2) 학년별 내용

(1) 초등학교

<1학년>

(가) 수와 연산

① 100까지의 수

- ① 0과 100까지의 수 개념을 이해하여 수를 세고 읽고 쓸 수 있다.
- ② 100까지의 수 범위에서 수 계열을 이해하고, 수의 크기를 비교할 수 있다.
- ③ 100까지의 수에 대한 위치적 기수법의 기초 개념을 이해한다.
- ④ 10 이하의 수 범위에서 두 수로 분해하고, 두 수를 하나의 수로 합성할 수 있다.
- ⑤ 수 세기가 필요한 상황에서 묶어 세기, 떼어 세기를 할 수 있다.

② 간단한 수의 덧셈과 뺄셈

- ① 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 상황을 알고, 덧셈과 뺄셈의 의미를 이해한다.
- ② 한 자리 수끼리의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
- ③ 합이 10이 되는 덧셈식과 '10-(한 자리 수)'인 뺄셈식을 통하여 10에 대한 보수를 찾을 수 있다.
- ④ '(두 자리 수)-(한 자리 수)'의 계산을 할 수 있다.
- ⑤ 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해한다.
- ⑥ 한 자리 수인 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

③ 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈

- ① 두 자리 수의 범위에서 받아올림이 없는 덧셈을 할 수 있다.
- ② 두 자리 수의 범위에서 받아내림이 없는 뺄셈을 할 수 있다.
- ③ 덧셈과 뺄셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

<용어와 기호> 덧셈, 뺄셈, ~ 보다 크다, ~ 보다 작다, +, -, =, >, <

<교수·학습 상의 유의점>

- ① '더한다', '합한다', '~보다 ~ 큰 수', '뺀다', '덜어 낸다', '차', '~보다 ~ 작은 수' 등의 일상적 용어를 사용하여 덧셈과 뺄셈의 개념에 친숙하게 한다.
- ② 받아올림이나 받아내림이 없는 두 자리 수끼리의 덧셈, 뺄셈을 여러 가지 방법으로 알아 보고, 암산으로 해결할 수 있다.

(나) 도형

① 입체도형의 모양

- ① 여러 가지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾을 수 있다.
- ② 여러 가지 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각을 익힌다.

② 평면도형의 모양

- ① 여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾을 수 있다.
- ② 구체물을 이용하여 기본적인 평면도형을 만들고, 여러 가지 모양을 꾸밀 수 있다.

<교수·학습 상의 유의점>

- ① ‘상자 모양’, ‘둥근 기둥 모양’, ‘공 모양’ 등의 일상적인 용어를 사용하여 기본적인 입체도형에 친숙하게 한다.
- ② ‘네모’, ‘세모’, ‘동그라미’ 등의 일상적인 용어를 사용하여 기본적인 평면도형에 친숙하게 한다.

(다) 측정

① 양의 비교

- ① 구체물의 길이, 높이, 무게, 넓이를 비교하여 각각 ‘길다, 짧다’, ‘많다, 적다’, ‘무겁다, 가볍다’, ‘넓다, 좁다’ 등의 말로 나타내고 구별할 수 있다.

② 시각 읽기

- ① 시계를 보고 ‘몇 시’, ‘몇 시 30분’까지의 시각을 읽을 수 있다.

<용어와 기호> 시, 분

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 실생활에서 직관적인 비교 활동을 통하여 양감을 느낄 수 있게 한다.
- ② 시각 읽기는 학생의 경험을 소재로 한다.

(라) 확률과 통계

① 분류하기

- ① 사물이나 사람을 미리 정한 한 가지 기준에 따라 분류하여 각각의 개수를 셀 수 있다.

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 분류의 기준이 되는 특징은 분명하고 간단한 것으로 한다.

(마) 규칙성과 문제해결

① 규칙 찾기

- ① 여러 가지 물체, 무늬, 수의 배열에서 규칙을 찾고, 그 규칙에 따라 배열할 수 있다.
- ② 자신이 정한 규칙에 따라 물체, 무늬, 수 등을 배열할 수 있다.
- ③ 100까지의 수 배열표에서 수의 규칙을 찾고 말할 수 있다.

② □를 사용한 식

- ① □가 사용된 덧셈식이나 뺄셈식에서 □의 의미를 이해한다.

③ 문제해결 방법

- ① 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기 등 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.

<용어와 기호> 식

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 규칙 찾기에서는 물체의 크기, 위치, 방향, 색깔 등 단순한 소재를 이용한다.
- ② □ 대신에 Δ , $\bigcirc$, () 등의 다른 기호를 사용할 수 있다.
- ③ 문제해결에 관한 기초 경험 단계이므로 문제해결에 대한 자신감과 흥미를 가지게 한다.

<2학년>

(가) 수와 연산

① 1000까지의 수

- ① 일, 십, 백의 자리값의 의미와 위치적 기수법을 이해하고, 1000까지의 수를 읽고 쓸 수 있다.
- ② 세 자리 수의 계열을 이해하고, 크기를 비교할 수 있다.

② 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈

- ① 두 자리 수의 범위에서 받아올림이 있는 덧셈과 받아내림이 있는 뺄셈을 할 수 있다.
- ② 두 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
- ③ 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해한다.

③ 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈

- ① 세 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
- ② 세 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
- ③ 덧셈과 뺄셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

④ 곱셈

- ① 곱셈이 이루어지는 상황을 알고, 곱셈의 의미를 이해한다.
- ② 곱셈구구를 이해하고, 한 자리 수의 곱셈을 할 수 있다.

⑤ 분수의 이해

- ① 연속량의 등분할을 통하여 분수를 이해하고, 읽고 쓸 수 있다.

<용어와 기호> 곱, 곱셈, 곱셈구구, 분수, ×

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 세 자리 수의 덧셈은 합이 1000 미만인 범위에서 한다.
- ② 덧셈과 뺄셈을 하기 전에 답을 어렵해 보게 한다.
- ③ 곱셈의 의미는 같은 수 더하기와 배의 개념을 통하여 다루고, 1의 단 곱셈구구와 0의 곱은 실제 생활과 관련지어 다룬다.
- ④ 연속량의 등분할에서는 도형을 모양과 크기가 같게 분할하는 경우만 다룬다.

(나) 도형

① 기본적인 평면도형

- ① 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그 모양을 그리거나 만들 수 있다.
- ② 기본적인 평면도형의 구성요소를 알고 찾을 수 있다.

② 입체도형의 구성

- ① 쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 똑같이 만들 수 있다.
- ② 주어진 쌓기나무로 여러 가지 입체도형을 만들 수 있다.

<용어와 기호> 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원, 꼭지점, 변

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 여러 가지 삼각형과 사각형을 그리고, 꼭지점과 변의 개수를 세는 활동을 통하여 공통점을 발견한다.
- ② 제시되는 입체도형은 간단한 것으로 한다.
- ③ 여러 가지 입체도형을 만드는 활동은 쌓기나무 5~6개 정도로 한다.

(다) 측정

① 시각과 시간

- ① 시각을 '몇 시 몇 분'까지 읽을 수 있다.
- ② 1시간은 60분임을 알고, 시간을 '시간', '분'으로 말할 수 있다.
- ③ 1시간, 1일, 1주일, 1개월, 1년 사이의 관계를 이해한다.

② 길이

- ① 1cm, 1m의 단위를 알고, 길이를 잴 수 있다.
- ② 1m가 100cm임을 알고, 길이를 단명수와 복명수로 말할 수 있다.
- ③ 여러 가지 물건의 길이를 어렵하고 재어봄으로써 양감을 기른다.
- ④ 길이의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

③ 측정값 나타내기

- ① 길이 재기에서 자의 눈금과 일치하지 않는 길이의 측정값을 '조금 더 된다', '조금 못 된다'로 판단하여 이를 '약'으로 표현할 수 있다.

<용어와 기호> 시간, 일, 주일, 개월, 년, 약, cm, m

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 실생활의 예를 통하여 시간과 시각을 구분할 수 있게 한다.
- ② 여러 가지 단위 길이로 구체물의 길이를 재어봄으로써 표준 단위의 필요성을 느끼게 한다.
- ③ 복명수로 된 길이의 덧셈과 뺄셈은 실생활 문제 상황을 통하여 이해하게 한다.

(라) 확률과 통계

① 표 만들기

- ① 실생활에서 찾을 수 있는 구체적인 자료의 크기를 조사하여 표로 나타낼 수 있다.
- ② 조사된 자료를 간단한 그림을 이용하여 그래프로 나타내고, 자료의 크기를 비교할 수 있다.

<용어와 기호> 표, 그래프

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 실생활에서 학생들과 관계가 있는 소재를 활용한다.
- ② 표나 그래프가 자료의 크기를 나타내고 비교하는 데 편리함을 알게 한다.

(마) 규칙성과 문제해결

① 규칙 찾기

- ① 물체나 무늬의 다양한 변화 규칙을 찾아 설명할 수 있다.
- ② 수 배열이나 수 배열표에서 규칙을 찾고, 그 규칙에 따라 수를 배열할 수 있다.
- ③ 곱셈표에서 여러 가지 규칙을 찾고 설명할 수 있다.

② 미지수 구하기

- ① 어떤 수를 □로 나타내고, 이를 포함하는 간단한 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 등식에서 어떤 수의 값을 구할 수 있다.

③ 식 만들기

- ① 문장으로 된 문제를 식으로 나타낼 수 있다.
② 식에 알맞은 문제를 만들 수 있다.

④ 문제해결 방법

- ① 규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등의 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 수 배열표에서 규칙을 찾는 다양한 활동이 곱셈구구의 기초 경험이 되게 한다.
② □ 대신에 △, ○, () 등의 다른 기호를 사용할 수 있다.
③ 여러 가지 방법으로 미지수를 구한다.

<3학년>

(가) 수와 연산

① 10000까지의 수

- ① 일, 십, 백, 천의 자리값의 의미와 위치적 기수법을 이해하고, 10000까지의 수를 읽고 쓸 수 있다.
② 네 자리 수의 계열을 이해하고, 크기를 비교할 수 있다.

② 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈

- ① 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
② 네 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
③ 네 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
④ 덧셈과 뺄셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

③ 곱셈

- ① '(두 자리 수)×(한 자리 수)', '(세 자리 수)×(한 자리 수)', '(두 자리 수)×(두 자리 수)'의 계산을 할 수 있다.
② 곱셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

④ 나눗셈

- ① 나눗셈이 이루어지는 상황을 알고, 나눗셈의 의미를 이해한다.
② 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이해한다.

③ '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'의 계산을 할 수 있고, 나눗셈에서 몫과 나머지의 의미를 이해한다.

④ 나눗셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

⑤ 분수

① 이산량의 등분할을 통하여 분수를 이해한다.

② 단위분수와 진분수의 의미를 알고, 그 관계를 이해한다.

③ 분모가 같은 진분수와 간단한 단위분수의 크기를 비교할 수 있다.

⑥ 소수의 이해

① 분모가 10인 진분수를 통하여 소수를 이해한다.

② 소수를 읽고 쓸 수 있으며, 크기를 비교할 수 있다.

<용어와 기호> 나눗셈, 몫, 나머지, 나누어 떨어진다, 소수, ÷, 소수점(.)

<교수·학습 상의 유의점>

① 실생활에서 분수나 소수가 쓰이는 경우를 찾아보게 한다.

② 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 하기 전에 답을 어렵해 보게 한다.

③ 문제 상황을 통하여 분수와 소수의 편리한 점을 인식하게 한다.

(나) 도형

① 각과 평면도형

① 각과 직각을 이해한다.

② 직각삼각형, 직사각형, 정사각형을 이해한다.

② 평면도형의 이동

① 간단한 평면도형의 밀기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 이해한다.

③ 원의 구성요소

① 원의 중심, 반지름, 지름을 알고, 그들 사이의 관계를 이해한다.

② 컴퍼스를 이용하여 여러 가지 모양을 그릴 수 있다.

<용어와 기호> 각, (각의) 꼭지점, (각의) 변, 직각, 직각삼각형, 직사각형, 정사각형, 중심, 반지름, 지름

<교수·학습 상의 유의점>

① 밀기, 뒤집기, 돌리기는 구체물이나 그림, 모눈종이에 그려진 평면도형을 조작하는 활동을 통하여 간단히 다룬다.

(다) 측정

① 시간

- ① 시각과 시간의 의미를 이해한다.
- ② 1분은 60초임을 알고, 초 단위까지 시각을 읽을 수 있다.
- ③ 초 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

② 길이

- ① 1mm, 1km의 단위를 안다.
- ② 1cm와 1mm, 1km와 1m의 관계를 이해하고, 길이를 단명수와 복명수로 말할 수 있다.
- ③ 길이의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

③ 들이

- ① 1L, 1mL의 단위를 알고, 그 관계를 이해한다.
- ② 들이를 측정하여 L와 mL로 말할 수 있다.
- ③ 들이의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
- ④ 여러 가지 그릇의 들이를 어렵하고 재어봄으로써 양감을 기른다.

④ 무게

- ① 1g, 1kg 단위를 알고, 그 관계를 이해한다.
- ② 여러 가지 물체의 무게를 측정하여 g과 kg으로 말할 수 있다.
- ③ 무게의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
- ④ 여러 가지 무게를 어렵하고 재어봄으로써 양감을 기른다.

<용어와 기호> 시각, 초, mm, km, L, mL, g, kg

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 실생활의 예를 들어 단위의 필요성과 편리함을 알게 한다.
- ② 실제 측정 활동을 중심으로 무게와 들이를 다룬다.
- ③ 시간, 길이, 들이, 무게의 계산은 간단한 경우만 다룬다.

(라) 확률과 통계

① 자료의 정리

- ① 여러 가지 자료를 수집, 분류, 정리하여 표, 막대그래프, 간단한 그림그래프로 나타낼 수 있다.

② 표나 그래프에서 자료의 특성을 찾아보고, 이를 설명할 수 있다.

<용어와 기호> 막대그래프, 그림그래프

(마) 규칙성과 문제해결

① 규칙 찾기

① 규칙을 정하여 한 가지 도형으로 여러 가지 무늬를 꾸밀 수 있다.

② 문제해결 방법

① 표 만들기, 예상과 확인 등의 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.

<교수·학습 상의 유의점>

① 무늬 꾸미기에서 사용하는 도형은 배열 방법에 따라 다양한 무늬가 나타날 수 있는 것으로 한다.

<4학년>

(가) 수와 연산

① 다섯 자리 이상의 수

① 10000 이상의 큰 수에 대하여 자리값과 위치적 기수법을 이해하고, 수를 읽고 쓸 수 있다.

② 수 계열을 이해하고 크기를 비교할 수 있다.

② 자연수의 사칙계산

① 곱하는 수가 두 자리 수인 곱셈을 할 수 있다.

② 나누는 수가 두 자리 수인 나눗셈을 할 수 있다.

③ 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 계산 문제를 해결할 수 있다.

③ 여러 가지 분수

① 진분수, 가분수, 대분수를 이해하고, 그 상호 관계를 알 수 있다.

② 분모가 같은 분수의 크기를 비교할 수 있다.

④ 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈

① 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

⑤ 소수

① 자리잡기의 원리를 바탕으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수를 이해한다.

② 소수를 읽고, 쓰고, 크기를 비교할 수 있다.

⑥ 소수의 덧셈과 뺄셈

① 소수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

<용어와 기호> 진분수, 가분수, 자연수, 대분수

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 자연수의 사칙계산은 4학년에서 완성되도록 계산 방법을 일반화한다.
- ② 지나치게 복잡한 자연수 혼합 계산은 다루지 않는다.
- ③ 자연수, 분수, 소수의 계산에서 계산하기 전에 답을 어렵해 보게 할 수 있다.
- ④ 계산하거나 어려운 값을 계산기를 사용하여 확인해 볼 수 있다.
- ⑤ 혼소수는 분수와 관련지어 다룬다.

(나) 도형

① 각과 여러 가지 삼각형

- ① 이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.
- ② 예각과 둔각의 뜻을 알고, 예각삼각형과 둔각삼각형을 이해한다.

② 다각형의 이해

- ① 수직과 평행의 관계를 이해한다.
- ② 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 개념을 알고, 그 성질을 이해한다.
- ③ 간단한 다각형과 정다각형을 이해한다.
- ④ 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다.
- ⑤ 주어진 도형을 여러 가지 모양으로 덮을 수 있다.

<용어와 기호> 이등변삼각형, 정삼각형, 예각, 둔각, 예각삼각형, 둔각삼각형, 수직, 수선, 평행, 평행선, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 대각선, 다각형, 정다각형

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 구체적인 조작 활동을 통하여 도형의 성질을 파악할 수 있게 한다.
- ② 여러 가지 사각형의 관계를 이해하게 한다.

(다) 측정

① 각도

- ① 각의 크기의 단위인 1도(°)를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기를 측정할 수 있다.
- ② 주어진 각도와 크기가 같은 각을 그릴 수 있다.

③ 삼각형과 사각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.

② 평면도형의 둘레

① 간단한 평면도형의 둘레의 길이를 구할 수 있다.

③ 직사각형과 정사각형의 넓이

① 넓이를 이해하고, 1 cm^2 의 단위를 안다.

② 직사각형과 정사각형의 넓이 구하는 방법을 이해하고, 그 넓이를 구할 수 있다.

④ 어렵하기

① 이상, 이하, 초과, 미만의 뜻을 알고, 수의 범위를 나타낼 수 있다.

② 반올림, 올림, 버림의 의미를 알고, 이를 생활에 활용할 수 있다.

<용어와 기호> 이상, 이하, 초과, 미만, 반올림, 올림, 버림, 도($^{\circ}$), cm^2

<교수·학습 상의 유의점>

① 반올림, 올림, 버림은 실제로 사용되는 예를 통하여 그 필요성을 인식한다.

(라) 확률과 통계

① 꺾은선그래프

① 연속적인 변량에 대한 자료를 수집하여 꺾은선그래프로 나타낼 수 있다.

② 막대그래프와 꺾은선그래프를 비교하여 각각의 특성과 용도를 안다.

③ 실생활에서 찾을 수 있는 자료를 목적에 맞는 그래프로 나타내고 해석할 수 있다.

<용어와 기호> 꺾은선그래프

<교수·학습 상의 유의점>

① 자료의 특성을 잘 나타낼 수 있는 그래프를 선택할 수 있게 한다.

(마) 규칙성과 문제해결

① 규칙 찾기

① 다양한 변화 규칙을 수로 나타내고 설명할 수 있다.

② 규칙 찾기 놀이를 통하여 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현할 수 있다.

② 규칙적인 무늬 만들기

① 밀기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 한 가지 무늬로 새로운 무늬를 만들 수 있다.

③ 규칙과 대응

- ① 두 양 사이의 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾고, □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.

④ 문제해결 방법

- ① 단순화하기, 논리적 추론 등의 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.
② 문제해결 과정을 설명할 수 있다.

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 규칙 찾기 놀이는 간단한 계산이 적용되는 경우로 한다.
② 두 양 사이의 대응 관계는 한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 관계를 통해 다룬다.

<5학년>

(가) 수와 연산

① 약수와 배수

- ① 약수, 공약수, 최대공약수의 의미를 알고, 이를 구할 수 있다.
② 배수, 공배수, 최소공배수의 의미를 알고, 이를 구할 수 있다.
③ 약수와 배수 사이의 관계를 이해하고, 이를 문제해결에 활용할 수 있다.

② 약분과 통분

- ① 분수의 성질을 이용하여 크기가 같은 분수를 만들 수 있다.
② 분수를 약분, 통분할 수 있다.
③ 분모가 다른 분수의 크기를 비교할 수 있다.

③ 소수와 분수

- ① 소수와 분수의 관계를 이해하고, 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타낼 수 있다.
② 소수와 분수의 크기를 비교할 수 있다.

④ 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈

- ① 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

⑤ 분수의 곱셈과 나눗셈

- ① 자연수와 분수의 곱셈, 분수끼리의 곱셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
② '(자연수)÷(자연수)'를 분수로 나타낼 수 있다.

③ '(분수) $\div$ (자연수)'의 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

⑥ 소수의 곱셈과 나눗셈

① 소수와 자연수, 소수끼리의 곱셈을 할 수 있다.

② 소수 나눗셈의 계산 원리를 이해하고, '(자연수) $\div$ (자연수)', '(소수) $\div$ (자연수)'의 계산을 할 수 있다.

<용어와 기호> 배수, 짝수, 홀수, 약수, 공약수, 최대공약수, 공배수, 최소공배수, 약분, 통분, 기약분수

<교수·학습 상의 유의점>

① 약수와 배수는 자연수의 범위에서만 다룬다.

② 최대공약수와 최소공배수는 두 수에 대해서만 구한다.

③ 소수의 계산은 계산 원리를 이해할 수 있는 수준에서 간단히 다룬다.

(나) 도형

① 직육면체와 정육면체의 성질

① 직육면체와 정육면체의 구성 요소를 알고, 여러 가지 성질을 찾을 수 있다.

② 직육면체와 정육면체의 전개도와 겨냥도를 그릴 수 있다.

② 합동

① 도형의 합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 식별할 수 있다.

② 자, 컴퍼스, 각도기를 이용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있다.

③ 대칭

① 선대칭도형과 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다.

② 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형을 그릴 수 있다.

<용어와 기호> 직육면체, 면, 모서리, 밑면, 옆면, 정육면체, 겨냥도, 전개도, 합동, 대응점, 대응변, 대응각, 대칭, 선대칭도형, 점대칭도형, 대칭축, 대칭의 중심

<교수·학습 상의 유의점>

① 직육면체의 전개도를 다양하게 그려보게 한다.

② 구체적인 조작 활동을 통하여 선대칭도형이나 점대칭도형의 의미를 알게 한다.

③ 선대칭도형을 지도할 때 거울의 상을 이용할 수 있다.

(다) 측정

① 평면도형의 넓이

- ① 평행사변형, 삼각형, 사다리꼴, 마름모의 넓이 구하는 방법을 이해하고, 그 넓이를 구할 수 있다.

② 여러 가지 단위

- ① 무게의 새로운 단위를 알고, 무게 단위 사이의 관계를 이해한다.
② 넓이의 새로운 단위를 알고, 넓이 단위 사이의 관계를 이해한다.

<용어와 기호> 밑변, 높이, t , m^2 , km^2 , a , ha

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 삼각형의 넓이는 높이가 삼각형의 내부, 외부에 있는 것을 모두 다룬다.
② $1cm^2$ 와 $1m^2$ 의 관계는 활동을 통하여 이해하게 한다.
③ 실생활에서 새로운 단위의 필요성을 느낄 수 있게 한다.
④ 복잡한 단위 환산은 다루지 않는다.

(라) 확률과 통계

① 자료의 표현과 해석

- ① 자료를 정리하여 줄기와 잎 그림이나 그림그래프로 나타내고, 자료의 특성을 파악할 수 있다.
② 평균의 의미를 알고, 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다.
③ 목적에 맞게 자료를 수집하고 정리하여 적절한 그래프로 나타내고, 자료의 특성을 설명할 수 있다.

<용어와 기호> 줄기와 잎 그림, 평균

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 목적에 맞게 자료를 정리하고 해석하는 것이 중요함을 알게 한다.

(마) 규칙성과 문제해결

① 비와 비율

- ① 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타낼 수 있다.
② 두 양 사이의 비와 비율의 의미를 이해한다.
③ 비율을 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있다.

② 문제해결 방법

- ① 하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하고, 그 방법을 비교할 수 있다.

- ② 주어진 문제를 해결하는 데 필요 없거나 부족한 정보를 찾을 수 있다.
- ③ 문제해결 과정의 타당성을 검토할 수 있다.

<용어와 기호> 비, 기준량, 비교하는 양, 비율, 백분율, 할, 푼, 리, :, %

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 두 양의 크기를 비교할 때에는 부분과 전체, 부분과 부분 사이의 관계를 다양하게 다룬다.
- ② 속력, 인구밀도 등과 같이 타 교과 및 실생활에서 비율이 사용되는 예를 찾아보고, 관련된 문제를 해결해 보게 한다.

<6학년>

(가) 수와 연산

① 분수의 나눗셈

- ① 나누는 수가 분수인 나눗셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

② 소수의 나눗셈

- ① 나누는 수가 소수인 나눗셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

③ 분수와 소수의 혼합 계산

- ① 간단한 분수와 소수의 혼합 계산을 할 수 있다.

(나) 도형

① 각기둥과 각뿔의 성질

- ① 각기둥과 각뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 안다.
- ② 각기둥의 전개도를 그릴 수 있다.

② 원기둥과 원뿔의 성질

- ① 원기둥과 원뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 안다.
- ② 원기둥의 전개도를 이해한다.
- ③ 회전체를 이해한다.

③ 여러 가지 입체도형

- ① 쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 사용된 쌓기나무의 개수를 구할 수 있다.
- ② 쌓기나무로 여러 가지 모양을 만들고 규칙을 찾을 수 있다.
- ③ 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현할 수 있다.

- ④ 여러 가지 물체의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현할 수 있다.

<용어와 기호> 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 모선, 회전체, 회전축, 구, 단면

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 각기둥의 전개도에서는 간단한 형태만 다룬다.
- ② 여러 가지 물체를 다룰 때에는 실생활과 밀접한 소재를 활용한다.

(다) 측정

① 원주율과 원의 넓이

- ① 원주율을 이해한다.
- ② 원주와 원의 넓이 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있다.

② 겹넓이와 부피

- ① 직육면체와 정육면체의 겹넓이 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
- ② 부피를 이해하고, 1cm^3 , 1m^3 의 단위를 알며, 단위 사이의 관계를 이해한다.
- ③ 직육면체와 정육면체의 부피 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
- ④ 부피와 길이 사이의 관계를 안다.

③ 원기둥의 겹넓이와 부피

- ① 원기둥의 겹넓이와 부피 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있다.

<용어와 기호> 겹넓이, 부피, 원주, 원주율, cm^3 , m^3

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 원주율은 원의 지름과 원주를 측정하는 활동을 통해 이해하게 한다.
- ② 원의 넓이는 구체적인 조작 활동을 통하여 여러 가지 방법으로 구한다.

(라) 확률과 통계

① 비율그래프

- ① 띠그래프와 원그래프의 의미를 알고, 이를 활용할 수 있다.
- ② 비율그래프에서 자료의 특성을 찾아보고, 이를 설명할 수 있다.

② 경우의 수와 확률

- ① 경우의 수의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
- ② 경우의 수를 바탕으로 확률의 의미를 이해한다.

<용어와 기호> 띠그래프, 원그래프, 경우의 수, 확률

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 원그래프를 지도할 때에는 눈금이 표시된 원을 사용한다.
- ② 비율그래프를 지도할 때에는 신문, 인터넷 등에 있는 표나 그래프를 소재로 활용할 수 있다.
- ③ 경우의 수는 간단한 경우만 다룬다.
- ④ 실생활의 예를 이용하여 확률의 의미를 다룬다.

(마) 규칙성과 문제해결

① 방정식

- ① 미지수를 x 로 나타낼 수 있다.
- ② 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 간단한 방정식을 풀 수 있다.

② 비례식

- ① 비례식을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- ② 비례식의 성질을 이용하여 간단한 비례식을 풀 수 있다.

③ 연비와 비례배분

- ① 연비의 뜻을 알고, 세 양 사이의 관계를 연비로 나타낼 수 있다.
- ② 비례배분의 뜻을 알고, 주어진 양을 비례배분 할 수 있다.

④ 정비례와 반비례

- ① 두 수 사이의 대응 관계를 x 와 y 를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.
- ② 정비례와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표나 식으로 나타낼 수 있다.
- ③ 정비례와 반비례 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

⑤ 문제해결 방법

- ① 여러 가지 문제해결 방법을 비교하여 문제 상황에 적절한 방법을 선택할 수 있다.
- ② 주어진 문제에서 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고, 그 문제를 해결할 수 있다.
- ③ 문제해결 과정의 타당성을 설명할 수 있다.

<용어와 기호> 등식, 방정식, 비례식, 연비, 비례배분, 정비례, 반비례, 관계식, 비례상수, x

<교수·학습 상의 유의점>

- ① 미지수는 x 이외의 다른 문자도 사용할 수 있다.
- ② 등식의 성질은 구체물을 이용하여 다룬다.
- ③ 비례식, 연비, 비례배분은 간단한 경우만 다룬다.

- ④ 대응 관계, 정비례, 반비례는 실생활의 예를 통하여 다룬다.
- ⑤ 두 수 사이의 대응 관계를 도입할 때에는 $y = x + a$ 와 $y = a \times x$ 인 경우만 다룬다.

라. 교수·학습 방법

가. 교육과정에 제시된 내용은 모든 학생들이 도달해야 할 성취 기준이므로, 학생의 특성, 학년 간 연계성, 지역성 및 현실성을 고려하여 적절히 지도되어야 한다.

나. 학년별 내용의 배열 순서가 반드시 교수·학습의 순서를 의미하는 것은 아니므로, 교수·학습 계획을 수립하거나 학습 자료를 개발할 때에는 내용의 특성과 난이도, 학교 여건 등을 고려하여 내용, 순서 등을 재구성할 수 있다.

다. 교육과정에 제시된 내용을 지도한 후 학습 결손이 있는 학생들에게는 보충 학습, 우수한 학생들에게는 심화 학습의 기회를 추가로 제공할 수 있다.

라. 수학과 수업에서는 교육 내용과 학생들의 특성을 고려하여 발견 학습, 탐구 학습, 협동 학습, 개별 학습, 설명식 교수 등 다양한 교수·학습 방법을 활용할 수 있다.

마. 수학 수업에서 의미 있는 발문을 하기 위하여 다음 사항에 유의한다.

- (1) 발문은 학생들의 인지 발달과 경험을 고려하여 선택하고, 그에 대한 반응을 의미 있게 처리한다.
- (2) 가능하면 열린 형태의 발문을 하여 창의적인 답이 나올 수 있게 한다.

바. 수학적 개념, 원리, 법칙의 교수·학습에서는 다음 사항에 유의한다.

- (1) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 학습 소재로 하여 수학적 개념, 원리, 법칙을 도입한다.
- (2) 구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하게 한다.

사. 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하게 하고, 이를 정당화하거나 증명해 보게 할 수 있다.
- (2) 수학적 사실이나 명제를 분석하고, 수학적 관계를 조직하고 종합하며, 학생 자신의 사고 과정을 반성하게 한다.

아. 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확하게 사용하게 한다.
- (2) 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.
- (3) 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 하고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는 데 중요함을 인식하게 한다.

자. 문제해결력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 문제해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
- (2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 문제해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
- (3) 학생의 경험과 욕구를 바탕으로 문제를 창의적으로 해결할 수 있게 한다.
- (4) 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
- (5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.

차. 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 여러 가지 현상에서 접할 수 있는 수학을 다룸으로써, 수학에 대한 가치를 인식하고 수학의 필요성을 느낄 수 있게 한다.
- (2) 수학에 대한 흥미, 관심, 자신감을 갖도록 학습 동기와 의지를 유발한다.

카. 수학 교수·학습 과정에서 교육기자재의 활용은 다음 사항에 유의한다.

- (1) 교수·학습의 전 과정을 통하여 적절하고 다양한 교육 기자재를 수단으로 활용하여 수학 학습의 효과를 높이도록 한다.
- (2) 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 경우의 복잡한 계산 수행, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 확보하여 활용할 수 있다.

타. 각 학교에서는 학생 개인의 학습 능력과 수준, 적성, 희망 등을 고려하여 수준별 수업을 운영할 수 있다. 수준별 수업을 운영할 때에는 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수준별 수업은 학교 상황에 맞게 수준별 집단을 편성하여 운영할 수 있다.
- (2) 수준별 수업은 내용 요소를 차별화하기보다는 내용의 깊이나 접근 방법에 차이를 두어 운영한다.

마. 평 가

가. 수학 학습의 평가는 학생들의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제

공하여 학생 개개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고 교사의 교수 활동과 수업 방법을 개선하는 데 활용한다.

나. 수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 수준을 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수한다.

다. 수학 학습의 평가는 수업의 전개 과정에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등의 적절한 평가 방식을 택하여 실시하되, 지속적인 평가를 통하여 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다.

라. 수학 학습의 평가에서는 획일적인 방법을 지양하고 지필평가, 관찰, 면담, 자기평가 등의 다양한 평가 방법을 통해 수학 교수·학습을 향상시킬 수 있게 한다.

마. 인지적 영역에 대한 평가에서는 학생들의 수학적 사고력 신장을 위하여 결과뿐만 아니라 과정도 중시하여 평가하되, 수학의 교수·학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 강조한다.

- (1) 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 적용하는 능력
- (2) 수학적 표현의 의미를 이해하고 정확하게 사용하는 능력
- (3) 수학적 지식과 기능을 활용하여 타당하게 추론하는 능력
- (4) 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하여 해결하는 능력
- (5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 능력
- (6) 수학적 사고 과정과 결과를 합리적으로 의사소통하는 능력

바. 정의적 영역에 대한 평가에서는 학생들의 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 학생들의 수학에 대한 바람직한 가치관이나 수학 학습에 대한 관심, 흥미, 자신감 등의 정도를 파악한다.

사. 수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용에 따라 학생들에게 계산기, 컴퓨터와 같은 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.