

제3장 블록선도와 신호흐름선도

3.1 블록선도

- 블록선도는 제어시스템의 각 요소에 대한 신호의 전달 관계를 그림으로 표시
 - ⇒ 수식으로는 시스템의 구성과 동작 사이의 대응관계의 파악 곤란
 - ⇒ 블록선도로 표시하면 시스템의 동작 특성을 파악하기 용이
- 입력신호를 받아서 변환된 출력신호를 만드는 신호전달 요소는 사각형에 표시
 - ⇒ 신호전달 요소에서의 신호의 방향은 화살표(→)로 표시
 - ⇒ 구성요소는 입출력 사이의 관계를 나타내는 전달함수
- 그림 3.1에 표시된 바와 같은 난방시스템의 단순화된 블록선도에 대하여 고려
 - ⇒ 희망온도(입력)를 설정하여 실내온도를 높이기 위한 보일러를 가동
 - ⇒ 실내온도(출력)는 온도조절장치 내의 출력센서(sensor)에 의해 측정
 - ⇒ 온도조절장치 내의 비교기에 의해 실제 실내온도와 희망온도 비교
 - ⇒ 실내온도와 희망온도의 편차가 있으면 가스밸브를 열어 보일러 가동
 - ⇒ 창문이나 문을 열면(외란) 열손실이 발생하여 난방시스템에 영향
 - ⇒ 실내온도는 계속 측정되어 입력과 비교하여 편차신호를 피드백
 - ⇒ 편차신호가 0이 되면 보일러의 동작을 중지

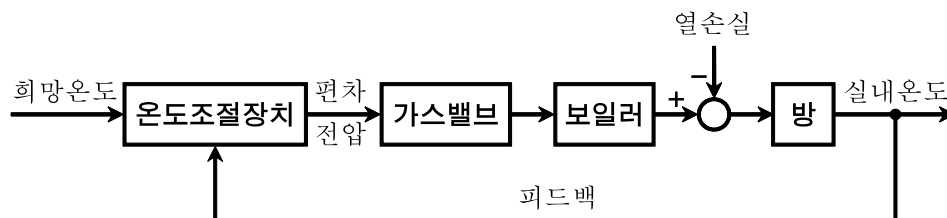
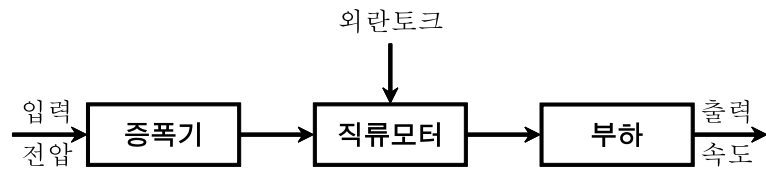


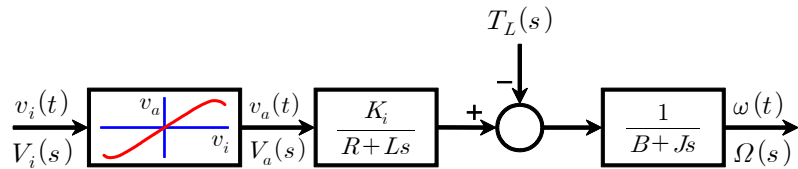
그림 3.1 난방시스템의 단순화된 블록선도

- 그림 3.2(a)는 직류모터 속도제어시스템의 블록선도이며 수학적 관계는 미표시
 - ⇒ 시스템의 모델링을 위해서는 그림 3.2(b)와 같은 블록선도로 표시
 - ⇒ 직류모터의 입력전압은 실제의 전력증폭기의 비선형적인 출력
 - ⇒ 직류모터가 선형으로 동작한다면 동작특성을 전달함수로 표시 가능
 - ⇒ 비선형 증폭기에 대한 $V_i(s)$ 와 $V_a(s)$ 사이의 전달함수는 비존재
 - ⇒ 증폭기의 동작을 선형영역으로 제한한다면 전달함수는 식 (3.1)

$$\frac{V_a(s)}{V_i(s)} = K \quad (3.1)$$



(a) 직류모터 제어시스템의 블록선도



(b) 전달함수와 증폭기 특성에 의한 블록선도

그림 3.2 직류모터 제어시스템의 전달함수

3.1.1 제어시스템의 블록선도의 대표적 구성요소

- 제어시스템을 다룰 때 주로 사용되는 블록선도의 요소와 연산법에 대하여 고려
 $\Rightarrow$ 비교기, 전달함수 블록, 입력 및 출력신호, 외란신호, 피드백 루프
- 그림 3.1과 3.2를 그림 3.3과 비교함으로써 각 시스템의 제어 용어를 확인 가능
 $\Rightarrow$ 1개의 블록은 1개의 구성요소이며, 1개 이상의 수학적 식으로 모델링
 $\Rightarrow$ 시스템의 블록선도가 구성되면 전체 시스템의 동작을 파악 가능

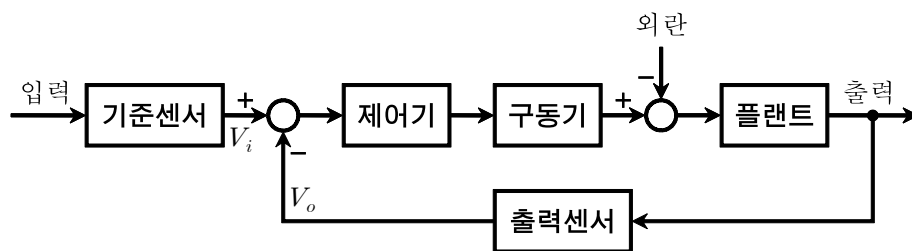


그림 3.3 일반적인 제어시스템의 블록선도

- 제어시스템의 중요한 구성요소의 하나인 비교기는 수학적 연산을 수행
 $\Rightarrow$ 그림 3.4는 세 가지의 비교기의 예를 표시
- 그림 3.4(a)와 (b)에서 합과 차의 연산은 선형이며, 입력과 출력변수의 경우
 $\Rightarrow$ 시간영역 변수 또는 라플라스변환 변수
- 그림 3.4(a)의 블록선도에 대해서 식 (3.2)와 식(3.3)의 관계가 성립
 $\Rightarrow$ 그림 3.4(b)와 (c)에 대해서도 유사한 관계가 성립

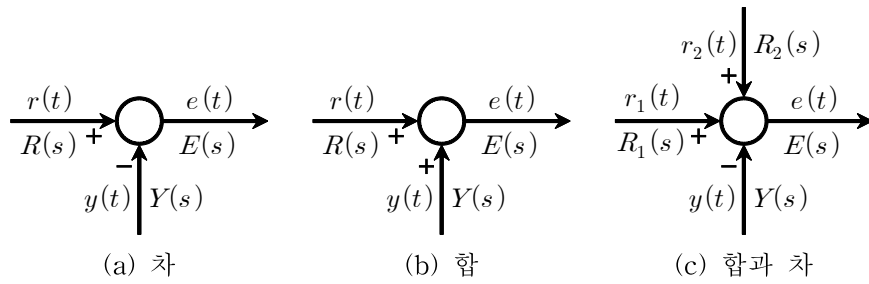


그림 3.4 제어시스템의 대표적인 비교기의 블록선도

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (3.2)$$

$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad (3.3)$$

$$e(t) = r(t) + y(t) \quad e(t) = r_1(t) + r_2(t) - y(t)$$

$$E(s) = R(s) + Y(s), \quad E(s) = R_1(s) + R_2(s) - Y(s)$$

- 블록은 시스템의 시간영역에서의 방정식 또는 라플라스영역에서의 전달함수
 - ⇒ 라플라스영역에서 그림 3.5의 시스템의 입출력 관계는 식 (3.4)
 - ⇒ 신호 $X(s)$ 가 출력, 신호 $U(s)$ 가 입력이면 전달함수는 식 (3.5)

$$X(s) = G(s)U(s) \quad (3.4)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} \quad (3.5)$$

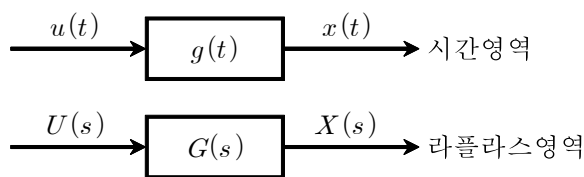


그림 3.5 시간 및 라플라스 영역의 블록선도

- 제어시스템의 블록선도의 대표적인 블록요소는 플랜트, 제어기, 구동기, 센서

【예제 3.1.1】 직렬로 연결되어 있는 두 전달함수 $G_1(s)$ 와 $G_2(s)$ 의 블록선도에 대하여 전체 전달함수 $G(s)$ 를 구하라.

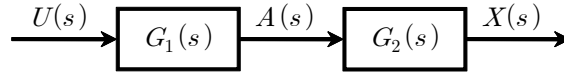


그림 3.6 직렬 연결된 $G_1(s)$ 과 $G_2(s)$ 의 블록선도

$$X(s) = A(s)G_2(s), \quad A(s) = U(s)G_1(s)$$

$$X(s) = G_1(s)G_2(s)U(s), \quad G(s) = \frac{X(s)}{U(s)}$$

$$G(s) = G_1(s)G_2(s) \quad (3.6)$$

- 그림 3.6의 시스템은 식 (3.6)을 이용하여 그림 3.5의 시스템으로 표시 가능

【예제 3.1.2】 그림 3.7과 같이 두 개의 전달함수 $G_1(s)$ 와 $G_2(s)$ 가 병렬로 연결되어 있는 약간 복잡한 시스템에 대하여 전체 시스템의 전달함수 $G(s)$ 를 구하라.

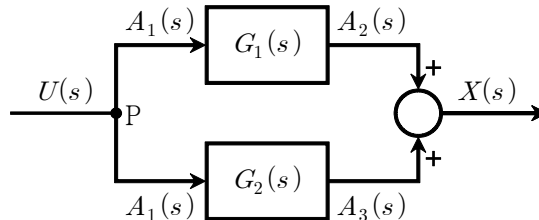


그림 3.7 직렬 연결된 $G_1(s)$ 과 $G_2(s)$ 의 블록선도

$$A_1(s) = U(s), \quad A_2(s) = A_1(s)G_1(s), \quad A_3(s) = A_1(s)G_2(s)$$

$$\begin{aligned} X(s) &= A_2(s) + A_3(s) = A_1(s)G_1(s) + A_1(s)G_2(s) \\ &= A_1(s)[G_1(s) + G_2(s)] = U(s)[G_1(s) + G_2(s)] \end{aligned}$$

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s) \quad (3.7)$$

- 그림 3.8은 피드백시스템의 블록선도로 제어변수가 피드백되어 기준입력과 비교
 $\Rightarrow$ 오차신호가 발생되어 구동기를 활성화시켜 오차를 감소 또는 제거
 $\Rightarrow$ 출력센서가 출력신호를 기준입력과 같은 단위의 양으로 변환

$r(t), R(s)$: 기준입력(지시), $y(t), Y(s)$: 출력(제어변수)
 $b(t), B(s)$: 피드백 신호, $u(t), U(s)$: 구동신호
 $e(t), E(s)$: 오차신호, $H(s)$: 피드백 전달함수
 $G(s)H(s)=L(s)$: 루프 전달함수, $G(s)$: 전방경로 전달함수
 $M(s)=Y(s)/R(s)$: 폐루프 전달함수 또는 시스템 전달함수

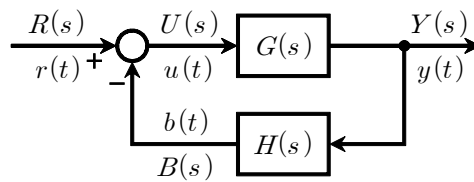


그림 3.8 피드백 제어시스템의 기본 블록선도

- 그림 3.8에서 식 (3.8)~(3.10)이 유도, 식 (3.9)와 (3.10)을 식 (3.8)에 대입
 $\Rightarrow$ 유도된 식 (3.11)을 풀어 폐루프 전달함수 식 (3.12) 유도

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (3.8)$$

$$B(s) = H(s)Y(s) \quad (3.9)$$

$$U(s) = R(s) - B(s) \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned}
 Y(s) &= G(s)[R(s) - B(s)] = G(s)R(s) - G(s)B(s) \\
 &= G(s)R(s) - G(s)H(s)Y(s)
 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$Y(s) + G(s)H(s)Y(s) = G(s)R(s)$$

$$[1 + G(s)H(s)]Y(s) = G(s)R(s)$$

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.12)$$

- 그림 3.8은 음의 피드백 루프를 가지며, 양의 피드백의 전달함수는 식 (3.13)

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 - G(s)H(s)} \quad (3.13)$$

- G 와 H 가 상수이면 이득이라 하며, $H=1$ 이면 단위 피드백, $H=0$ 이면 개루프

3.1.2 수학적 방정식과 블록선도의 관계

- 식 (3.14)의 2차 시스템에 대한 라플라스변환(초기조건은 0)은 식 (3.15)로 표시
 $\Rightarrow$ 식 (3.15)는 제동비 ζ , 고유주파수 ω_n , 입력 $U(s)$, 출력 $X(s)$ 로 구성
 $\Rightarrow$ 식 (3.15)를 변환하여 식 (3.16)을 유도하고 그림 3.9로 표시

$$x''(t) + 2\zeta\omega_n x'(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t) \quad (3.14)$$

$$s^2 X(s) + 2\zeta\omega_n s X(s) + \omega_n^2 X(s) = \omega_n^2 U(s) \quad (3.15)$$

$$s^2 X(s) = \omega_n^2 U(s) - 2\zeta\omega_n s X(s) - \omega_n^2 X(s) \quad (3.16)$$

- $2\zeta\omega_n^2 X(s)$ 와 $\omega_n^2 X(s)$ 는 $X(s)$ 가 전달함수 $2\zeta\omega_n^2$ 와 ω_n^2 의 블록을 지난 것으로 간주
 $\Rightarrow$ 신호 $X(s)$ 는 그림 3.10과 같이 $1/s^2$ 을 곱하여 유도 가능

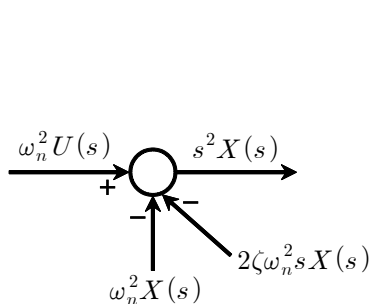


그림 3.9 비교기에 의한 도식적 표시

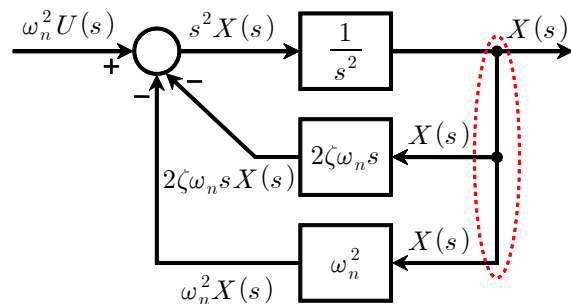


그림 3.10 식 (3.16)의 도식적 표시

- 그림 3.10의 점선 부분의 $X(s)$ 가 같으므로 그림 3.11의 블록선도로 변환 가능
 $\Rightarrow$ 그림 3.11의 블록선도의 내부 피드백을 그림 3.12(a)과 같이 분해
 $\Rightarrow$ 그림 3.11의 블록선도는 그림 3.12(b)와 같이 변환 가능

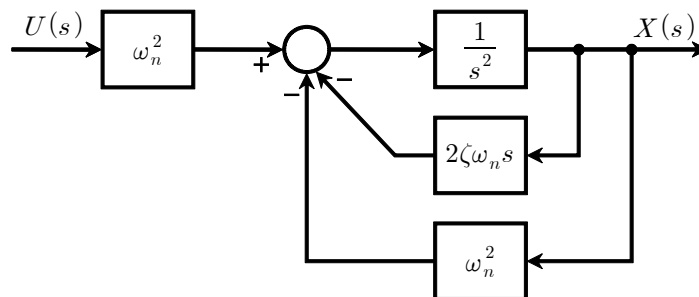
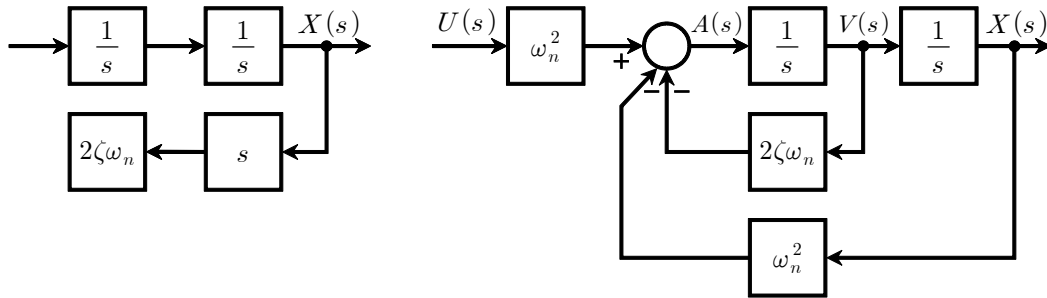


그림 3.11 라플라스 영역에서 식 (3.16)의 표시

- 그림 3.11이 4.5절의 스프링-질량-댐퍼 시스템이면 그림 3.12(b)와 같이 표시
 $\Rightarrow$ 내부 변수 $A(s)$ 와 $V(s)$ 는 각각 시스템의 가속도와 속도를 표시
 $\Rightarrow A(s)$ 를 적분하면 $V(s)$, $V(s)$ 를 적분하면 $X(s)$ 가 유도



(a) 내부 피드백의 분해 (b) 라플라스 영역에서 식 (3.16)의 최종 블록선도

그림 3.12 그림 3.11의 내부 피드백에서 $1/s$ 의 분해한 최종 블록선도

- 그림 3.12(b)의 출력을 $X(s)/s$ 로 결합하고 $1/s$ 을 외부 피드백 이득으로 이동
 $\Rightarrow V(s)$ 를 출력으로 하는 그림 3.13의 블록선도로 변환 가능
 $\Rightarrow$ 입력 $U(s)$ 에 대한 속도신호의 동작 $V(s)$ 를 결정 가능

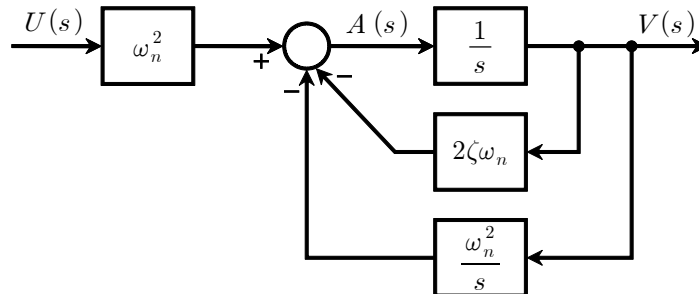
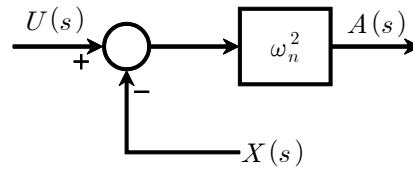
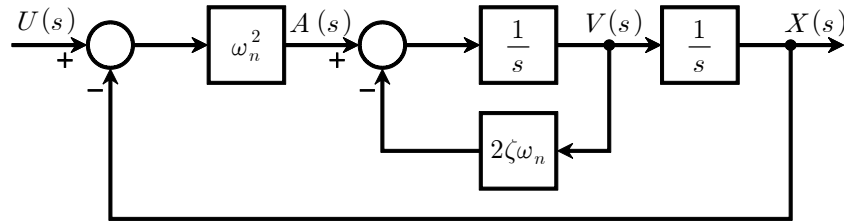


그림 3.13 $V(s)$ 를 출력으로 한 경우의 블록선도

【예제 3.1.3】 그림 3.12(b)의 시스템에 대하여 전달함수를 구하고, 식 (3.15)의 전달함수와 비교하라.

- 입력과 피드백의 ω_n^2 블록을 식 (3.17)의 관계에 의해 비교기 오른쪽으로 이동
 $\Rightarrow$ 그림 3.14(a)는 식 (3.17)의 과정을 거쳐 그림 3.14(b)로 간략화
 $\Rightarrow$ 그림 3.12(b)와 그림 3.14(b)의 시스템은 등가시스템

$$\omega_n^2 U(s) - \omega_n^2 X(s) = \omega_n^2 [U(s) - X(s)] \quad (3.17)$$

(a) ω_n^2 의 인수분해

(b) 식 (3.17)의 블록선도

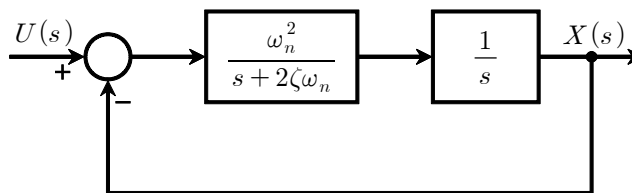
그림 3.14 라플라스 영역에서 식 (3.7)에 대한 블록선도

- 식 (3.12)를 이용하여 그림 3.14(b)에서 내부 피드백 이득을 식 (3.18)로 표시

$$\frac{V(s)}{A(s)} = \frac{1/s}{1 + 2\zeta\omega_n/s} = \frac{1}{s + 2\zeta\omega_n} \quad (3.18)$$

- 식 (3.18)의 블록이득에 앞뒤의 블록이득을 곱하여 그림 3.15의 블록선도 유도
 $\Rightarrow$ 그림 3.15의 단위 피드백시스템의 전달함수는 식 (3.19)로 표시

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}}{1 + \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}} = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n) + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.19)$$

그림 3.15 $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ 의 블록선도

■

【예제 3.1.4】 그림 3.13에서 속도 전달함수를 구하고, 식 (3.19)의 미분과 비교하라.

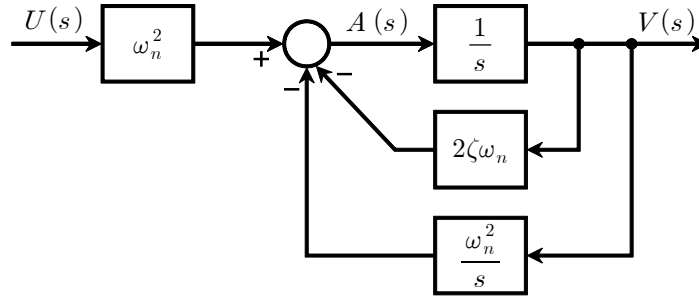


그림 3.13 $V(s)$ 를 출력으로 한 경우의 블록선도

$$G(s) = \frac{1}{s}, \quad H_1(s) = 2\zeta\omega_n, \quad H_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s}$$

$$G_1(s) = \frac{G}{1 + GH_1} = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{2\zeta\omega_n}{s}} = \frac{1}{s + 2\zeta\omega_n}$$

$$G_2(s) = \frac{G_1}{1 + G_1H_2} = \frac{\frac{1}{s + 2\zeta\omega_n}}{1 + \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}} = \frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$M(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \omega_n^2 G_2(s) = \frac{\omega_n^2 s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.20)$$

- $x'(t) = v(t)$ 이므로 $\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{sX(s)}{U(s)}$ 이며, 식 (3.20)은 식 (3.19)에 s 를 곱하여 유도

$\Rightarrow a(t) = v'(t) = x''(t)$ 이므로 $\frac{A(s)}{U(s)}$ 는 식 (3.19)에 s^2 을 곱하여 유도

$$\frac{A(s)}{U(s)} = \frac{s^2 X(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2 s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

■

3.1.3 블록선도의 등가변환

- 그림 3.16과 같이 $Y(s)$ 와 $B(s)$ 가 변하지 않도록 분기점을 점 P에서 Q로 변경
 $\Rightarrow$ 블록을 분기점의 우측으로 이동할 경우 $H(s)$ 에 $G(s)$ 를 곱셈
 $\Rightarrow$ 그림 3.16(a)에서 식 (3.21), 그림 3.16(b)에서 식 (3.22)를 유도

$$Y(s) = G(s)A(s), \quad B(s) = H(s)Y(s) \quad (3.21)$$

$$Y(s) = G(s)A(s), \quad B(s) = G(s)H(s)A(s) \quad (3.22)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{A(s)}, \quad B(s) = H(s)Y(s) \quad (3.23)$$

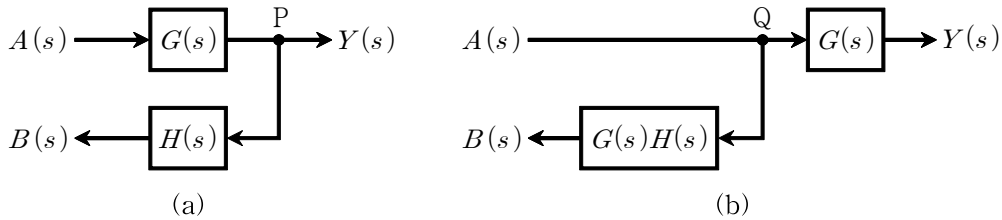


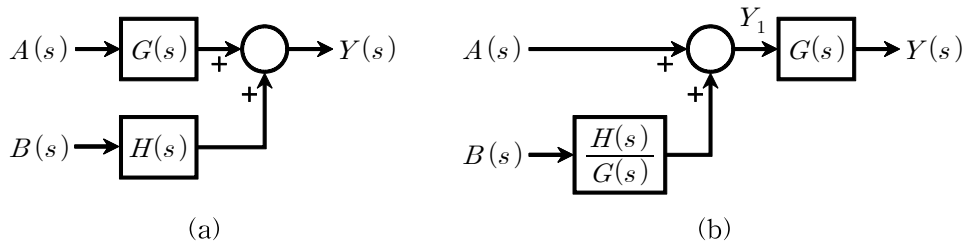
그림 3.16 분기점을 점 P에서 점 Q로 변경

- 그림 3.17과 같이 비교기를 블록의 좌측으로 옮길 경우 $H(s)$ 에 $1/G(s)$ 을 곱셈
 $\Rightarrow$ 그림 3.17(a)에서 식 (3.24), 그림 3.17(b)에서 식 (3.25)를 유도
 $\Rightarrow$ 식 (3.25)로부터 식 (3.26)의 관계가 성립

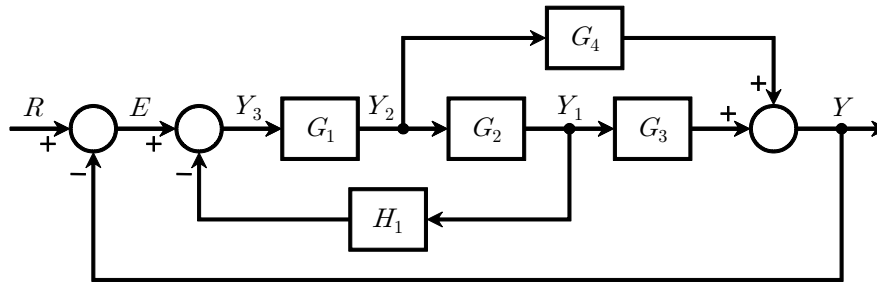
$$Y(s) = G(s)A(s) + H(s)B(s) \quad (3.24)$$

$$Y_1(s) = A(s) + \frac{H(s)}{G(s)}B(s), \quad Y(s) = G(s)Y_1(s) \quad (3.25)$$

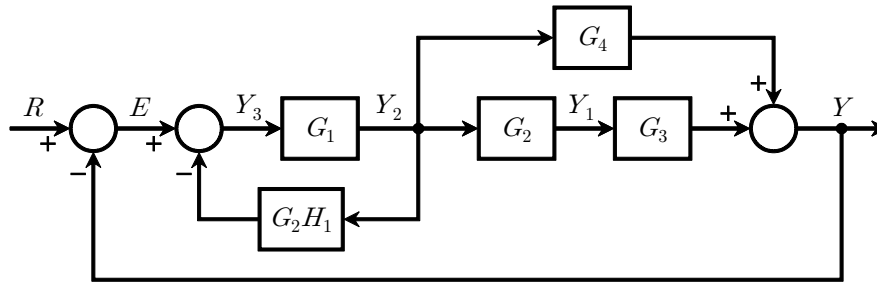
$$Y(s) = G(s)A(s) + G(s)\frac{H(s)}{G(s)}B(s) = G(s)A(s) + H(s)B(s) \quad (3.26)$$

그림 3.17 비교기의 위치를 $G(s)$ 의 오른쪽에서 왼쪽으로 변경

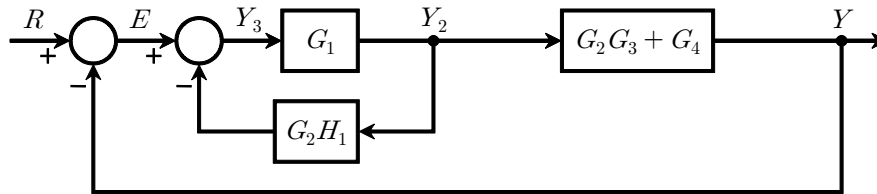
【예제 3.1.5】 그림 3.18(a)의 시스템에 대한 입출력 전달함수를 구하라.



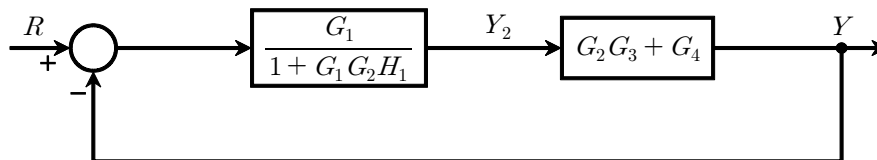
(a) 본래의 블록선도



(b) Y_1 의 분기점을 블록 G_2 의 왼쪽으로 이동



(c) 블록 G_2 , G_3 와 G_4 의 결합



(d) 내부 피드백의 전달함수 계산

그림 3.18 예제 3.1.5의 블록선도

- 그림 3.18(b)와 같이 Y_1 의 분기점을 G_2 의 왼쪽으로 이동하고 피드백 이득 변환
 - ⇒ 그림 3.18(c)와 같이 G_2 , G_3 와 G_4 를 결합하여 경로이득 계산
 - ⇒ 그림 3.18(d)와 같이 내부 피드백 루프의 전달함수를 계산
 - ⇒ 그림 3.18(d)로부터 시스템 전달함수는 식 (3.27)로 계산

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4} \quad (3.27)$$

■

3.1.4 다중 입력시스템의 블록선도

- 그림 3.19는 기준입력 $R(s)$ 와 외란입력 $D(s)$ 를 갖는 제어시스템의 블록선도
 $\Rightarrow$ 제어기를 설계하기 전에 시스템에 대한 외란의 영향을 고려
- 선형시스템에 있어서 다중 입력시스템의 전체 응답은 각 입력의 응답의 합
 $\Rightarrow$ 중첩의 원리(principle of superposition)

$$Y_{total} = Y_R|_{D=0} + Y_D|_{R=0} \quad (3.28)$$

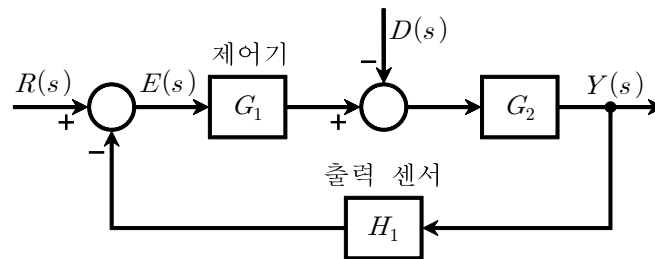
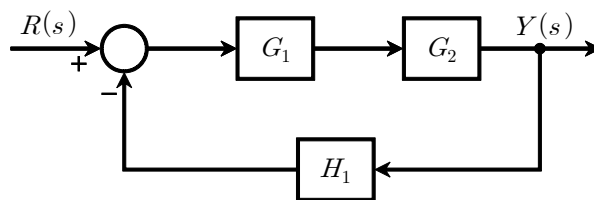


그림 3.19 외란이 있는 시스템의 블록선도

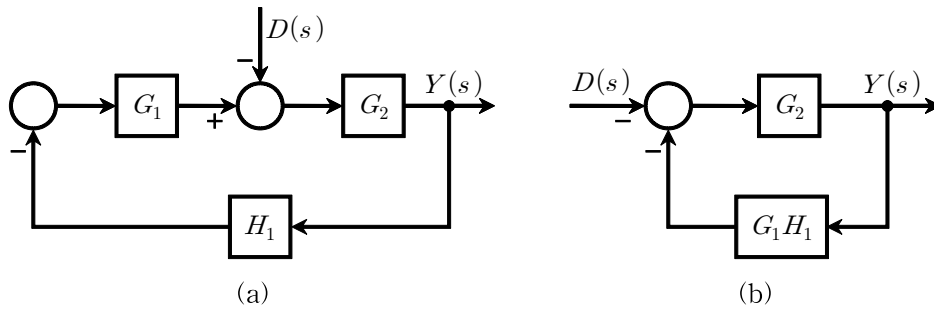
- 그림 3.20은 $D(s)=0$ 일 때의 블록선도를 나타내며, 전달함수는 식 (3.29)로 표시

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H_1(s)} \quad (3.29)$$

그림 3.20 $D(s)=0$ 일 때, 그림 3.19의 블록선도

- 그림 3.21은 $R(s)=0$ 일 때의 블록선도를 나타내며, 전달함수는 식 (3.30)로 표시
 $\Rightarrow$ 식 (3.28)~(3.30)으로부터 식 (3.31)의 관계가 성립

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = - \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H_1(s)} \quad (3.30)$$

그림 3.21 $R(s) = 0$ 일 때, 그림 3.19의 블록선도

$$\left. \frac{Y(s)}{R(s)} \right|_{D=0} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H_1}, \quad Y_R(s) = Y(s)|_{D=0} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H_1} R(s)$$

$$\left. \frac{Y(s)}{D(s)} \right|_{R=0} = \frac{-G_2}{1 + G_1 G_2 H_1}, \quad Y_D(s) = Y(s)|_{R=0} = \frac{-G_2}{1 + G_1 G_2 H_1} D(s)$$

$$Y_{total} = \left. \frac{Y(s)}{R(s)} \right|_{D=0} R(s) + \left. \frac{Y(s)}{D(s)} \right|_{R=0} D(s)$$

$$Y(s) = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H_1} R(s) - \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H_1} D(s) \quad (3.31)$$

- 결론적으로 외란신호가 전방경로로 유입되면 $\left. \frac{Y}{R} \right|_{D=0}$ 와 $\left. \frac{Y}{D} \right|_{R=0}$ 의 분모는 동일

$\Rightarrow \left. \frac{Y}{D} \right|_{R=0}$ 의 음(-)의 부호는 외란이 제어신호를 방해하는 것을 의미

$\Rightarrow$ 외란은 시스템의 성능에 악영향을 미치며, 제어기에 의해 보상

3.1.5 다변수시스템의 블록선도와 전달함수

- 그림 3.22는 p 개의 입력과 q 개의 출력을 갖는 다변수시스템의 블록선도를 표시
 - ⇒ 그림 3.22(a)에서는 각각의 입력과 출력 신호가 명시
 - ⇒ 그림 3.22(b)에는 다수의 입력과 출력이 벡터로 표시

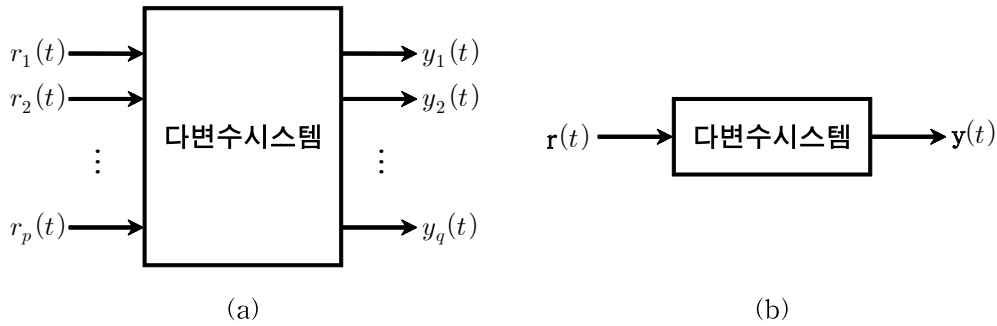


그림 3.22 다변수시스템을 나타내는 블록선도

- 그림 3.23은 다변수 피드백시스템의 블록선도이며 전달함수는 벡터-행렬로 표시
 - ⇒ $Y(s)$ 는 $(q \times 1)$ 출력벡터, $U(s)$, $R(s)$, $B(s)$ 는 $(p \times 1)$ 벡터
 - ⇒ $G(s)$ 는 $(q \times p)$, $H(s)$ 는 $(p \times q)$ 전달함수행렬

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (3.32)$$

$$U(s) = R(s) - B(s) \quad (3.33)$$

$$B(s) = H(s)Y(s) \quad (3.34)$$

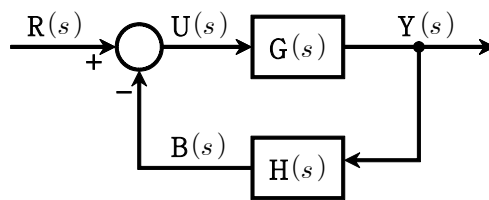


그림 3.23 다변수 피드백 제어시스템의 블록선도

- 식 (3.34)를 식 (3.33)에 대입하여 식 (3.33)과 식 (3.32)로부터 식 (3.35) 유도
 - ⇒ 식 (3.35)를 $Y(s)$ 에 대하여 풀면 식 (3.36)의 관계가 성립
 - ⇒ $[I + G(s)H(s)]$ 가 정칙이면 폐루프전달함수 행렬은 식 (3.37)
 - ⇒ 시스템응답 식 (3.36)은 식 (3.38)로 표시 가능

$$U(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)Y(s)$$

$$Y(s) = G(s)U(s) = G(s)[R(s) - H(s)Y(s)]$$

$$Y(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)Y(s)$$

$$Y(s) + G(s)H(s)Y(s) = G(s)R(s)$$

$$[I + G(s)H(s)]Y(s) = G(s)R(s)$$

$$Y(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)Y(s) \quad (3.35)$$

$$Y(s) = [I + G(s)H(s)]^{-1}G(s)R(s) \quad (3.36)$$

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = [I + G(s)H(s)]^{-1}G(s) \quad (3.37)$$

$$Y(s) = M(s)R(s) \quad (3.38)$$

【예제 3.1.6】 그림 3.23의 시스템에서 전향경로 전달함수 행렬과 피드백경로 전달함수 행렬이 식 (3.39)와 같을 때 폐루프전달함수 행렬을 구하라.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & -\frac{1}{s} \\ 2 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}, \quad H(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$I + G(s)H(s) = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{s+1} & -\frac{1}{s} \\ 2 & 1 + \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & -\frac{1}{s} \\ 2 & \frac{s+3}{s+2} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$M(s) = [I + G(s)H(s)]^{-1}G(s) = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{s+3}{s+2} & \frac{1}{s} \\ -2 & \frac{s+2}{s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & -\frac{1}{s} \\ 2 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\Delta = \frac{s+2}{s+1} \frac{s+3}{s+2} - \left(-\frac{2}{s}\right) = \frac{s+3}{s+1} + \frac{2}{s} = \frac{s^2 + 5s + 2}{s(s+1)} \quad (3.42)$$

$$M(s) = \frac{s^2 + 5s + 2}{s(s+1)} \begin{bmatrix} \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} + \frac{2}{s} & -\frac{s+3}{s(s+2)} + \frac{1}{s(s+2)} \\ -\frac{2}{s+1} + \frac{2(s+2)}{s+1} & \frac{2}{s} + \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

$$M(s) = \frac{s^2 + 5s + 2}{s(s+1)} \begin{bmatrix} \frac{3s^2 + 9s + 4}{s(s+1)(s+2)} & -\frac{1}{s} \\ 2 & \frac{3s+2}{s(s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

■

3.2 신호흐름선도

- 선형 대수방정식의 변수 사이의 입출력 관계를 도식적으로 나타내는 방법
 $\Rightarrow N$ 개의 대수방정식으로 표시된 식 (3.44)의 선형시스템을 고려

$$y_j = \sum_{k=1}^N a_{kj} y_k, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (3.44)$$

- N 개의 대수방정식은 식 (3.45)와 식 (3.46)와 같이 인과관계의 형식으로 표기
 $\Rightarrow$ 신호흐름선도를 위한 대수방정식을 구성하는 가장 중요한 공리

$$j\text{번째 결과} = \sum_{k=1}^N (k\text{에서 } j\text{까지의 이득}) \times (k\text{번째 원인}) \quad (3.45)$$

$$\text{출력} = \sum (\text{이득}) \times (\text{입력}) \quad (3.46)$$

- 시스템이 미적분방정식으로 주어지면 라플라스변환하여 식 (3.47)과 같이 정리

$$Y_j(s) = \sum_{k=1}^N G_{kj}(s) Y_k(s), \quad j=1, 2, \dots, N \quad (3.47)$$

3.2.1 신호흐름선도의 기본요소

- 신호흐름선도를 그릴 때 변수들을 나타내기 위해 마디(node, 접합점)를 사용
 $\Rightarrow$ 마디는 인과관계에 따라 가지(branch)라고 하는 선분으로 연결
 $\Rightarrow$ 가지는 이득과 방향을 가지며 신호는 화살표 방향으로 전달
- 선형시스템이 식 (3.48)로 표시되면 y_1 은 입력, y_2 는 출력, a_{12} 는 이득을 의미
 $\Rightarrow$ 식 (3.48)의 대수식을 신호흐름선도로 나타내면 그림 3.24로 표시
 $\Rightarrow y_1$ 에서 y_2 로 향하는 가지는 y_2 의 y_1 에 대한 의존관계를 표시

$$y_2 = a_{12} y_1 \quad (3.48)$$

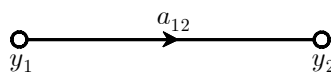


그림 3.24 $y_2 = a_{12} y_1$ 의 신호흐름선도

- 그림 3.24에서 y_1 과 y_2 사이의 가지는 이득 a_{12} 를 갖는 단방향 증폭기로 취급
 $\Rightarrow$ 신호가 입력 y_1 에 인가되면 $a_{12}y_1$ 의 신호가 출력 y_2 로 전달
- 대수적으로 식 (3.48)은 식 (3.49)와 같이 쓸 수 있지만 그림 3.24와는 무관계
 $\Rightarrow y_2$ 를 입력, y_1 을 출력으로 하는 새로운 신호흐름선도를 도시

$$y_1 = \frac{1}{a_{12}}y_2 \quad (3.49)$$

【예제 3.2.1】 신호흐름선도 구성의 예로서 다음의 연립 대수방정식을 고려한다.

$$\begin{aligned} y_2 &= a_{12}y_1 + a_{32}y_3 \\ y_3 &= a_{23}y_2 + a_{43}y_4 \\ y_4 &= a_{24}y_2 + a_{34}y_3 + a_{44}y_4 \\ y_5 &= a_{25}y_2 + a_{45}y_4 \end{aligned} \quad (3.50)$$

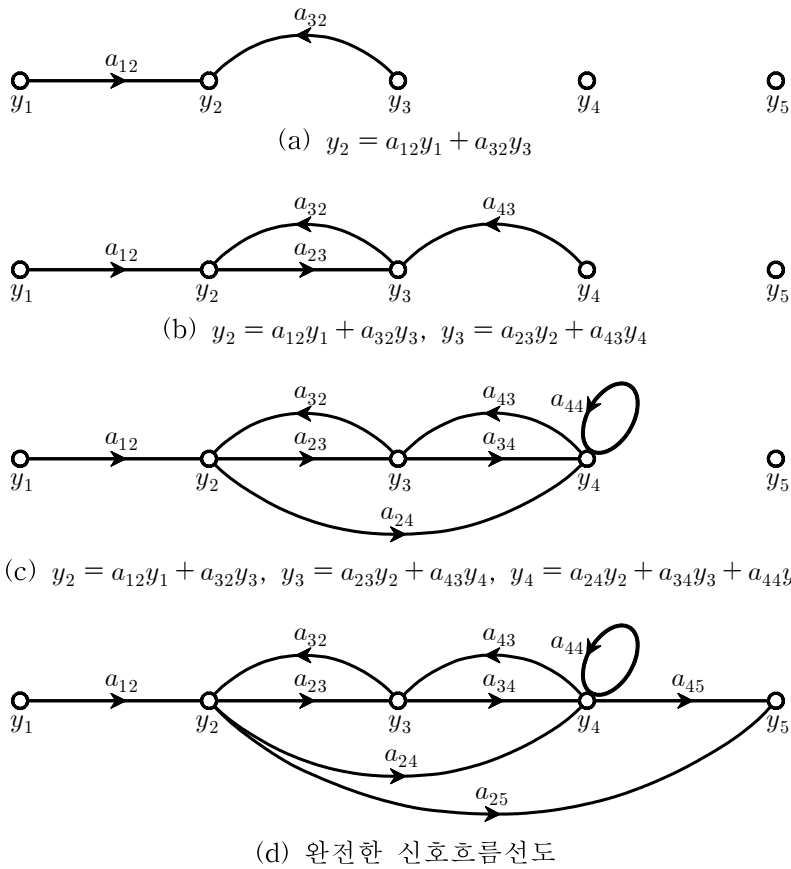


그림 3.25 식 (3.50)에 대한 신호흐름선도의 단계적 구성

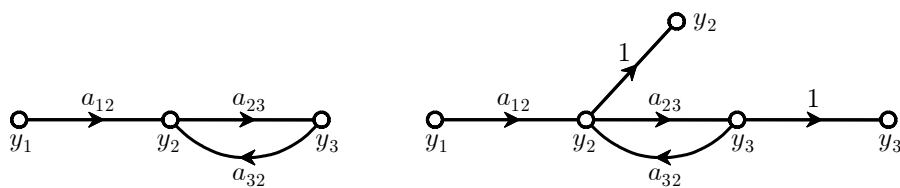


3.2.2 신호흐름선도의 기본성질

- 신호흐름선도는 선형시스템에만 적용
- 신호흐름선도를 그리는데 쓰이는 방정식은 원인과 결과의 형식의 대수방정식
- 마디는 변수를 나타내며, 시스템의 인과관계에 따라 좌에서 우로 배열
 - ⇒ 마디는 '○'로 표시하며, 입력에서 출력으로 차례로 배열
- 신호는 가지의 화살표 방향으로만 가지를 따라 이동
- 마디 y_k 에서 y_j 로 향하는 가지는 변수 y_j 의 y_k 에 대한 의존관계를 표시
- y_k 와 y_j 사이의 가지를 따라 이동하는 신호 y_k 는 이득 a_{kj} 가 곱해져 y_j 에 전달
 - ⇒ 신호 $a_{kj}y_k$ 가 마디 y_k 에서 마디 y_j 로 전달

3.2.3 신호흐름선도의 용어

- 그림 3.24의 y_1 과 같이 신호의 출력 가지만 있고 신호의 입력 가지가 없는 마디
 - ⇒ 입력마디(input node) 또는 원천(source)
- 그림 3.24의 y_2 와 같이 신호의 입력 가지만 있고 신호의 출력 가지가 없는 마디
 - ⇒ 출력마디(output node) 또는 싱크(sink)
- 그림 3.26(a)의 신호흐름선도에서는 어떤 마디도 출력마디의 조건을 불만족
 - ⇒ 그림 3.26(b)와 같이 단위이득 1을 갖는 마디 y_2 와 y_3 를 추가
 - ⇒ 입력마디를 제외한 마디들은 출력마디로 변환 가능



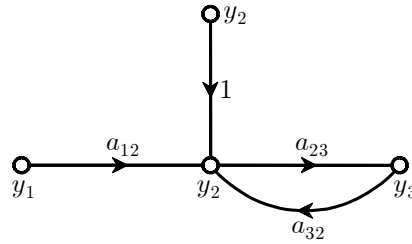
(a) 본래의 신호흐름선도

(b) 수정된 신호흐름선도

그림 3.26 출력마디의 조건을 만족하기 위해서 수정된 신호흐름선도

- 그림 3.27과 같이 y_2 를 입력마디로 만들기 위해 이득 1인 가지의 연결은 불가
 - ⇒ 마디 y_2 의 관계를 나타내는 방정식은 식 (3.51)로 표시
 - ⇒ 식 (3.51)은 그림 3.26(a)에서의 본래의 방정식과 상이

$$y_2 = y_2 + a_{12}y_1 + a_{32}y_3 \quad (3.51)$$

그림 3.27 y_2 를 입력으로 표시하는데 있어서 잘못된 방법

- 같은 마디를 두 번 거치지 않고 같은 방향으로 이어진 연속적인 가지의 집합
⇒ 경로(path)
- 한 마디를 두 번 반복해서 거치지 않는 입력마디에서 출력마디까지의 경로
⇒ 전향경로(forward path)
- 한 마디를 두 번 거치지 않고 한 마디에서 시작해서 그 마디에서 끝나는 경로
⇒ 그림 3.25(d)의 신호흐름선도에는 그림 3.28의 4개의 루프가 존재
⇒ 루프(loop) 또는 피드백루프(feedback loop)
- 신호흐름선도에서 서로 공통의 마디를 공유하지 않는 두 개 이상의 루프
⇒ 그림 3.25(d)의 신호흐름선도에서 루프 $y_2 \rightarrow y_3 \rightarrow y_2$ 와 $y_4 \rightarrow y_4$
⇒ 비접촉루프(nontouching loop)
- 경로를 이루는 가지의 이득의 곱, 그림 3.25(d)의 $y_1 \rightarrow y_2 \rightarrow y_3 \rightarrow y_4$ 에서 $a_{12}a_{23}a_{34}$
⇒ 경로이득(path gain)
- 전향경로를 이루는 가지들의 이득(구성요소들의 이득)의 곱
⇒ 전향경로이득(forward path gain)
- 피드백루프를 형성하는 가지들의 이득의 곱으로 루프 전달함수를 의미
⇒ 그림 3.28에서 루프 $y_2 \rightarrow y_4 \rightarrow y_3 \rightarrow y_2$ 의 이득의 곱 $a_{24}a_{43}a_{32}$
⇒ 루프이득(loop gain)

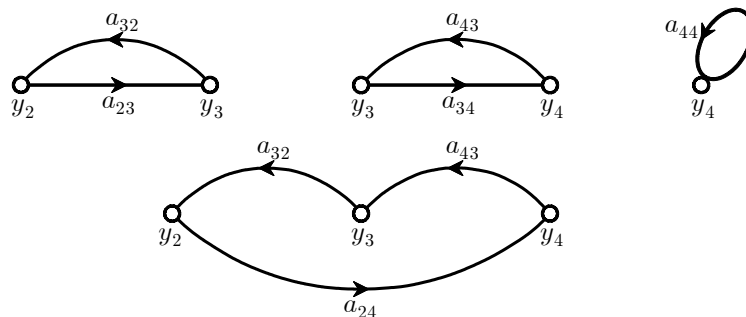


그림 3.28 그림 3.25(d)의 신호흐름선도에서 4개의 루프

3.2.4 신호흐름선도의 연산법

- 어떤 마디에서의 변수의 값은 그 마디로 들어오는 모든 신호의 합과 동일
 $\Rightarrow$ 그림 3.29의 신호흐름선도에서 y_1 의 값은 식 (3.52)로 표시

$$y_1 = a_{21}y_2 + a_{31}y_3 + a_{41}y_4 + a_{51}y_5 \quad (3.52)$$

- 어떤 마디에서의 변수의 값은 그 마디에서 나가는 모든 가지를 통해 전달
 $\Rightarrow$ 그림 3.29에서 y_1 의 값은 식 (3.53)과 같이 y_6, y_7, y_8 으로 전달

$$\begin{aligned} y_6 &= a_{16}y_1 \\ y_7 &= a_{17}y_1 \\ y_8 &= a_{18}y_1 \end{aligned} \quad (3.53)$$

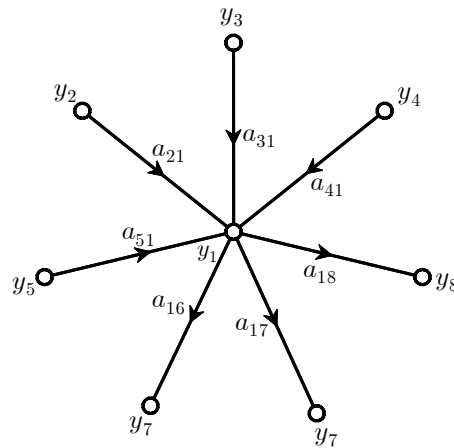


그림 3.29 합해지는 점과 전달되는 점으로서의 마디

- 같은 방향의 병렬 가지들은 각 가지들의 이득의 합과 같은 1개의 가지로 합성
 $\Rightarrow$ 그림 3.30의 병렬 가지들은 이득이 $a+b+c$ 인 1개의 가지로 대치

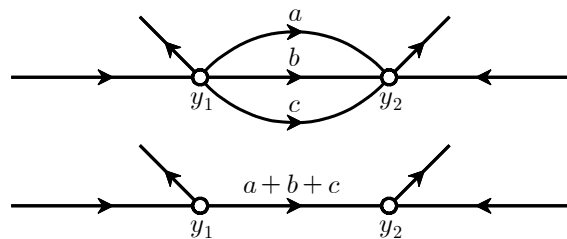


그림 3.30 병렬 가지가 하나의 가지로 대치된 신호흐름선도

- 같은 방향의 직렬 가지들은 각 가지들의 이득의 곱과 같은 1개의 가지로 합성
 $\Rightarrow$ 그림 3.31의 직렬 가지들은 이득이 $a_{12}a_{23}a_{34}$ 인 1개의 가지로 대치

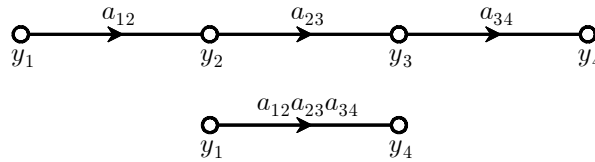


그림 3.31 직렬 가지가 하나의 가지로 대치된 신호흐름선도

3.2.5 피드백 제어시스템의 신호흐름선도

- 그림 3.32는 그림 3.8의 블록선도를 갖는 피드백 제어시스템의 신호흐름선도
 $\Rightarrow$ 신호흐름선도의 연산법을 이용하여 식 (3.12)의 전달함수를 계산

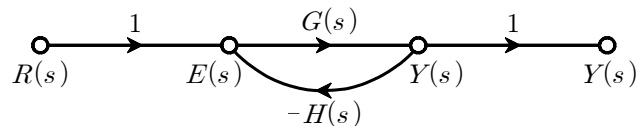


그림 3.32 그림 3.8에서 보여 준 피드백 제어시스템의 신호흐름선도

3.2.6 피드백 제어시스템의 신호흐름선도

- 표 3.1은 3가지 중요한 경우에 대한 블록선도와 신호흐름선도의 관계를 표시

표 3.1 블록선도를 신호흐름선도로 등가변환

전달함수	블록선도	신호흐름선도
$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)$		
병렬접속		
$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G}{1 + GH}$		

3.2.7 신호흐름선도의 이득공식

- 신호흐름선도나 블록선도에서 대수적 연산에 의해 전달함수를 구하는 것은 난해
 $\Rightarrow$ 관찰에 의해 신호흐름선도의 입출력 관계를 구하는 일반이득공식
 $\Rightarrow$ 메이슨의 정리(Mason's theorem)
- N 개의 전향경로와 K 개의 루프를 갖는 신호흐름선도에서 y_{in} 과 y_{out} 사이의 이득
 $\Rightarrow$ 일반이득공식은 입력마디와 출력마디 사이에만 적용 가능

$$M(s) = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^N M_i \Delta_i = \frac{M_1 \Delta_1 + M_2 \Delta_2 + \cdots + M_N \Delta_N}{\Delta} \quad (3.54)$$

$$\Delta = 1 - \sum L_{k1} + \sum L_{k2} - \sum L_{k3} + \cdots \quad (3.55)$$

N : 입력마디 y_{in} 에서 출력마디 y_{out} 까지의 전향경로의 총수

M_i : i 번째 전향경로에 대한 전향경로이득

$\sum L_{k1}$: 모든 개별 루프에 대한 루프이득의 합

$\sum L_{k2}$: 2개의 비접촉 루프의 모든 조합의 루프이득의 곱의 합

$\sum L_{k3}$: 3개의 비접촉 루프의 모든 조합의 루프이득의 곱의 합

Δ_i : i 번째 전향경로와 접촉하지 않는 루프에 대한 Δ

【예제 3.2.2】 그림 3.32의 신호흐름선도의 폐루프전달함수 $Y(s)/R(s)$ 를 식 (3.54)의 이득 공식을 이용하여 구해보자.

- $R(s)$ 와 $Y(s)$ 사이에는 1개의 전향경로만 있으므로 전향경로이득은 식 (3.56)
 $\Rightarrow$ 1개의 루프만 있으므로 루프이득은 식 (3.57), $\Delta_1 = 1 - 0 = 1$
 $\Rightarrow$ 식 (3.54)에 의해 폐루프전달함수는 식 (3.59)로 표시

$$M_1 = G(s) \quad (3.56)$$

$$L_{11} = -G(s)H(s) \quad (3.57)$$

$$\Delta = 1 - L_{11} = 1 + G(s)H(s) \quad (3.58)$$

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{M_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.59)$$

■

【예제 3.2.3】 그림 3.25(d)의 신호흐름선도에서 이득공식을 이용하여 y_1 과 y_5 사이의 이득 y_5/y_1 과 y_1 과 y_2 사이의 이득 y_2/y_1 을 구해보자.

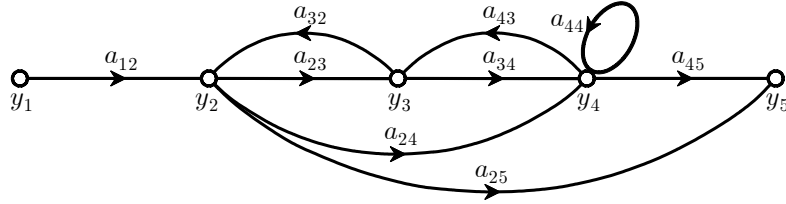


그림 3.25(d)의 신호흐름선도

- 신호흐름선도에는 3개의 전향경로, 4개의 루프, 한 쌍의 비접촉 루프가 존재
 - $\Rightarrow$ 모든 루프는 전향경로 M_1 및 M_2 와 접촉하므로 $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$
 - $\Rightarrow L_{21}$ 과 L_{41} 은 M_3 와 비접촉이며 Δ_3 는 식 (3.61)에 의해 결정
 - $\Rightarrow$ 식 (3.54)에 의해 y_5/y_1 는 식 (3.62)과 (3.63)으로 표시

$$\begin{aligned}
 M_1 &= a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}, & M_2 &= a_{12}a_{24}a_{45}, & M_3 &= a_{12}a_{25} \\
 L_{11} &= a_{23}a_{32}, & L_{21} &= a_{34}a_{43}, & L_{31} &= a_{24}a_{43}a_{32}, & L_{41} &= a_{44} \\
 L_{12} &= L_{11}L_{41} = a_{23}a_{32}a_{44}
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= \Delta_2 = 1 \\
 \Delta_3 &= 1 - (L_{21} + L_{41}) = 1 - a_{34}a_{43} - a_{44}
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta &= 1 - (L_{11} + L_{21} + L_{31} + L_{41}) + L_{12} \\
 &= 1 - (a_{23}a_{32} + a_{34}a_{43} + a_{24}a_{32}a_{43} + a_{44}) + a_{24}a_{32}a_{44} \\
 &= 1 - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43} - a_{24}a_{32}a_{43} - a_{44} + a_{24}a_{32}a_{44}
 \end{aligned} \tag{3.63}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{y_5}{y_1} &= \frac{M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2 + M_3\Delta_3}{\Delta} \\
 &= \frac{a_{12}a_{23}a_{34}a_{45} + a_{12}a_{24}a_{45} + (a_{12}a_{25})(1 - a_{34}a_{43} - a_{44})}{1 - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43} - a_{24}a_{32}a_{43} - a_{44} + a_{24}a_{32}a_{44}}
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

- y_1 과 y_2 사이에는 1개의 전향경로만 존재하며, y_5/y_1 는 식 (3.64)로 표시

$$\begin{aligned}
 M_1 &= a_{12}, & \Delta_1 &= 1 - (L_{21} + L_{41}) = 1 - a_{34}a_{43} - a_{44} \\
 \frac{y_2}{y_1} &= \frac{M_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{a_{12}(1 - a_{34}a_{43} - a_{44})}{\Delta} = \frac{a_{12} - a_{12}a_{34}a_{43} - a_{12}a_{44}}{\Delta}
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

■

【예제 3.2.4】 그림 3.3의 신호흐름선도를 고찰하기로 한다.

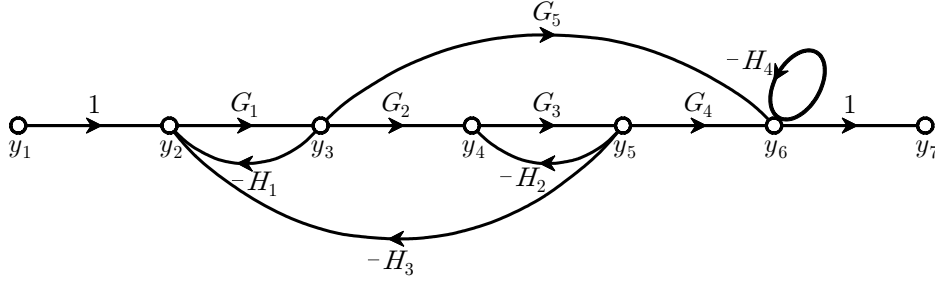


그림 3.33 예제 3.2.4의 신호흐름선도

$$N=1, \quad K=4, \quad M_1=1$$

$$L_{11} = -G_1H_1, \quad L_{21} = -G_3H_2, \quad L_{31} = -G_1G_2G_3H_3, \quad L_{41} = -H_4$$

$$L_{12} = L_{11}L_{21} = G_1G_3H_1H_2, \quad L_{22} = L_{11}L_{41} = G_1H_1H_4$$

$$L_{32} = L_{21}L_{41} = G_3H_2H_4, \quad L_{42} = L_{31}L_{41} = G_1G_2G_3H_3H_4$$

$$L_{13} = L_{11}L_{21}L_{41} = -G_1G_3H_1H_2H_4$$

$$\Delta_1 = 1 - (L_{21} + L_{41}) + L_{32} = 1 + G_3H_2 + H_4 + G_3H_2H_4$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - (L_{11} + L_{21} + L_{31} + L_{41}) + (L_{12} + L_{22} + L_{32} + L_{42}) - L_{13} \\ &= 1 - (-G_1H_1 - G_3H_2 - G_1G_2G_3H_3 - H_4) \\ &\quad + (G_1G_3H_1H_2 + G_1H_1H_4 + G_3H_2H_4 + G_1G_2G_3H_3H_4) \\ &\quad - (-G_1G_3H_1H_2H_4) \\ &= 1 + G_1H_1 + G_3H_2 + G_1G_2G_3H_3 + H_4 + G_1G_3H_1H_2 \\ &\quad + G_1H_1H_4 + G_3H_2H_4 + G_1G_2G_3H_3H_4 + G_1G_3H_1H_2H_4 \end{aligned}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{M_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{1 + G_3H_2 + H_4 + G_3H_2H_4}{\Delta} \quad (3.65)$$

$$M_1 = G_1G_2, \quad \Delta_1 = 1 - L_{41} = 1 + H_4$$

$$\frac{y_4}{y_1} = \frac{M_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1G_2(1 + H_4)}{\Delta} = \frac{G_1G_2 + G_1G_2H_4}{\Delta} \quad (3.66)$$

$$M_1 = G_1G_2G_3G_4, \quad M_2 = G_1G_5$$

$$\Delta_1 = 1, \quad \Delta_2 = 1 - L_{21} = 1 - (-G_3H_2) = 1 + G_3H_2$$

$$\begin{aligned} \frac{y_6}{y_1} &= \frac{y_7}{y_1} = \frac{M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3G_4 + G_1G_5(1 + G_3H_2)}{\Delta} \\ &= \frac{G_1G_2G_3G_4 + G_1G_5 + G_1G_3G_5H_2}{\Delta} \end{aligned} \quad (3.67)$$

■

3.2.8 비입력마디와 출력마디 사이의 일반이득공식

- 메이슨의 일반이득공식은 오직 입력마디와 출력마디 사이에서만 적용 가능
 $\Rightarrow$ 비입력마디와 출력마디 사이에는 식 (3.70)에 의해 계산

$$\frac{y_{out}}{y_2} = \frac{\frac{y_{out}}{y_{in}}}{\frac{y_2}{y_{in}}} = \frac{\frac{1}{\Delta} \sum M_i \Delta_i \Big|_{y_{in} \sim y_{out}}}{\frac{1}{\Delta} \sum M_i \Delta_i \Big|_{y_{in} \sim y_2}} = \frac{\sum M_i \Delta_i \Big|_{y_{in} \sim y_{out}}}{\sum M_i \Delta_i \Big|_{y_{in} \sim y_2}} \quad (3.70)$$

【예제 3.2.5】 그림 3.33의 신호흐름선도로부터 y_2 와 y_7 사이의 이득은 식 (3.71)로 표시.

$$\begin{aligned} \frac{y_2}{y_1} &= \frac{1 + G_3 H_2 + H_4 + G_3 H_2 H_4}{\Delta}, \quad \frac{y_7}{y_1} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_1 G_5 + G_1 G_3 G_5 H_2}{\Delta} \\ \frac{y_7}{y_2} &= \frac{y_7/y_1}{y_2/y_1} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_1 G_5 + G_1 G_3 G_5 H_2}{1 + G_3 H_2 + H_4 + G_3 H_2 H_4} \end{aligned} \quad (3.71)$$

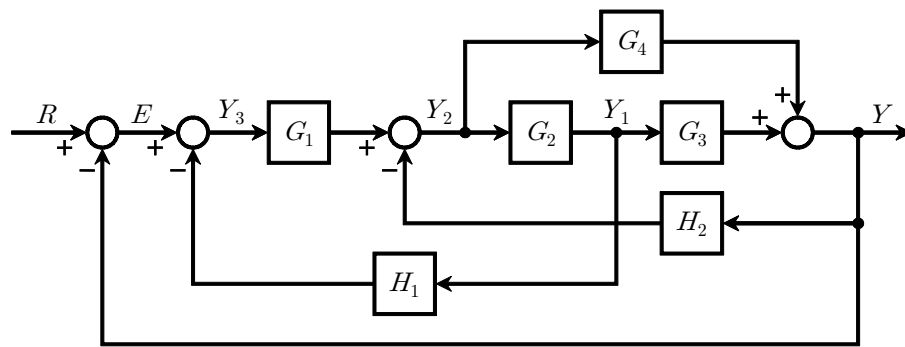
■

3.2.9 블록선도에 일반이득공식의 적용

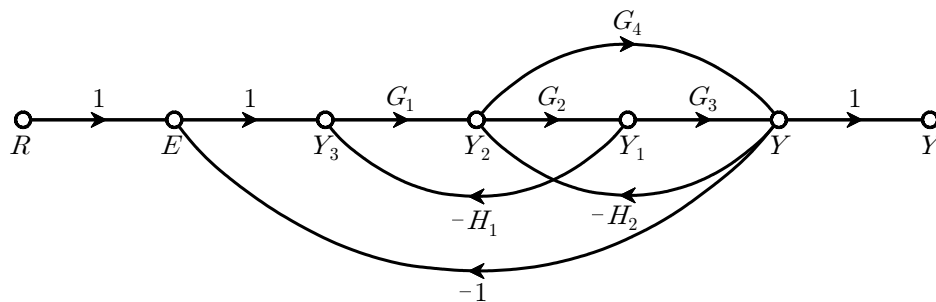
【예제 3.2.6】 블록선도의 등가회로가 어떻게 만들어지고, 이득공식이 블록선도에 어떻게 적용되는가를 알아보기 위해 그림 3.34(a)의 블록선도를 고려하자. 이것의 등가 신호흐름선도는 그림 3.34(b)이다.

$$\begin{aligned} M_1 &= G_1 G_2 G_3, \quad M_2 = G_1 G_4 \\ L_{11} &= -G_1 G_2 H_1, \quad L_{21} = -G_2 G_3 H_2, \quad L_{31} = -G_4 H_2 \\ L_{41} &= 1 G_1 G_2 G_3 (-1) = -G_1 G_2 G_3, \quad L_{51} = 1 G_1 G_4 (-1) = -G_1 G_4 \\ \Delta_1 &= \Delta_2 = 1 \\ \Delta &= 1 - (L_{11} + L_{21} + L_{31} + L_{41} + L_{51}) \\ &= 1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_4 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{M_1 \Delta_1 + M_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{\Delta} \quad (3.72)$$



(a) 블록선도



(b) 신호흐름선도

그림 3.34 예제 3.2.6의 제어시스템의 블록선도와 등가의 신호흐름선도

$$\begin{aligned} M_1 &= 1, \quad \Delta_1 = 1 - (L_{11} + L_{21} + L_{31}) = 1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_4 H_2 \\ \frac{E(s)}{R(s)} &= \frac{M_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_4 H_2}{\Delta} \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{Y(s)/R(s)}{E(s)/R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_4 H_2} \quad (3.75)$$

3.2.10 단순화된 이득공식

- 전향경로와의 비접촉 루프가 없으면 식 (5.54)는 식 (3.76)으로 간단히 표현

$$M(s) = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \sum \frac{\text{전향경로이득}}{1 - \text{루프이득}} \quad (3.76)$$